Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
Mecánica - FI2001

Auxiliar 15

Prof. Rodrigo Arias
Aux: Nicolás Padilla
26/06/09

Problema 1

Considere una lámina cuadrada homogénea de lado a y masa M que puede girar sin roce alrederor de un eje horizontal fijo y perpendicular a la lámina, que pasa por uno de sus vértices (O). Inicialmente, la lámina se encuentra en reposo sujeta por un hilo, como se indica en la figura adjunta.

1. Calcule la tensión del hilo.
2. En cierto instante se corta el hilo y la lámina comienza a girar alrededor del eje O. Determine la máxima velocidad angular que alcanza la lámina.
3. Si la lámina cuelga libremente del eje, determine el período de pequeñas oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio.

Nota: El momento de inercia de la lámina alrededor de un eje paralelo a O, pero que pasa por el centro de la lámina es: $I_{cm} = \frac{Ma^2}{6}$.

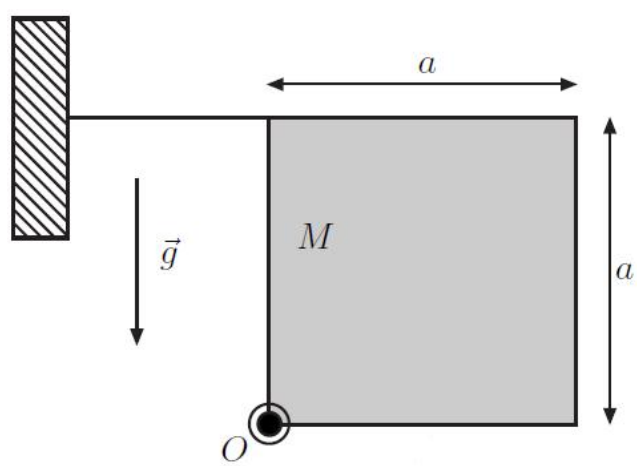

Figura 1: Problema 1

Problema 2

Tres partículas de masa m están en los vértices de un rectángulo de $a \times b$, con $a = \sqrt{3}b$, formado por varas ideales de masa despreciable. El cuarto vértice está fijo a un punto P (ver figura). El rectángulo puede girar en torno a un eje que pasa por P y es perpendicular a la figura.

1. Obtenga el momento de inercia $I_{P,\hat{n}}$, del sistema donde $\hat{n}$ es un vector unitario perpendicular al plano del rectángulo.
2. Usando $I_{P,\hat{n}}$ escriba la energía cinética y el momento angular del sistema.
3. Obtenga la energía potencial $U(\alpha)$ debido al peso y determine el valor α_o para el cual U tiene un mínimo. Defina $\phi \equiv \alpha - \alpha_o$ y reescriba U como función de ϕ en la forma más simplificada posible.
4. Determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones del sistema.

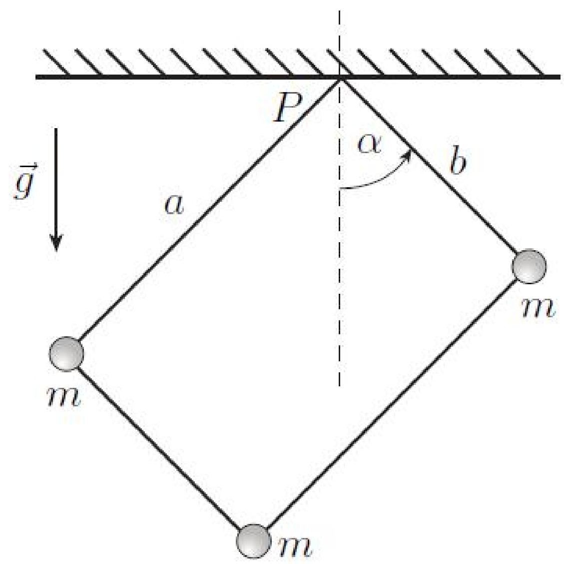

Figura 2: Problema 2

Problema 3

Se tiene un alambre ideal (unidimensional) con forma de semicircunferencia de radio R y densidad lineal uniforme $\lambda = M/L$, donde $L = \pi R$ es el largo del alambre y M es su masa. El alambre está limitado a moverse manteniendo fijos sus extremos (y todos los puntos de la linea (eje X) que los une).

1. Calcule la matriz de inercia $I_{ij} = \lambda \int_0^L (r^2\delta_{ij} - x_i x_j)ds$ con respecto al centro de curvatura P. El ds es el elemento de arco.

2. Determine el momento angular genérico de este sistema que rota en torno al eje $X = X'$.

3. Determine el torque debido al peso ($\vec{g} = g\hat{k}$, de acuerdo a la figura) y escriba la ecuación dinámica que rige el movimiento de este cuerpo que oscila rotando en torno al eje X. Obtenga la frecuencia angular de las pequeñas oscilaciones.

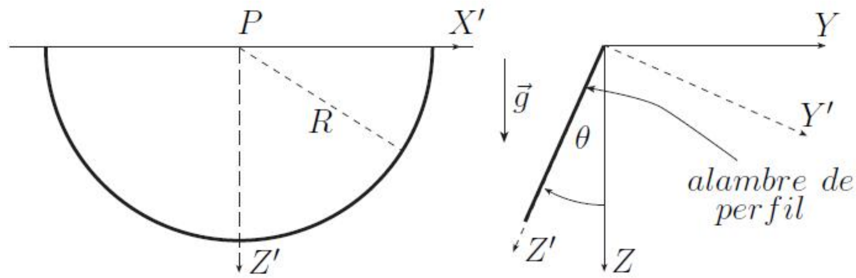

Figura 3: Problema 3