# Auxiliar - Jueves 26 de Marzo

FI2001 - Mecánica
Prof. Luis Rodriguez
Semestre Otoño 2009
Auxs: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

**P1**

Para pasar un bulto $P$ de masa $m$ de un lado al otro de un río de ancho $R$ se utiliza el método que sigue. $P$ se ata a una cuerda de largo $R$ que está unida al extremo de una vara de largo $R$. La barra se hace girar desde su posición horizontal con velocidad angular $\omega_0$ en torno a una rótula que une la orilla del río con el otro extremo de la vara. Despreciando todo roce:

(a) Demuestre que mientras la carga va por tierra firme la tensión de la cuerda es constante. Determine su valor.

(b) Determine el valor de $\omega_0$ para que $P$ se despegue del suelo justo antes de llegar al río.

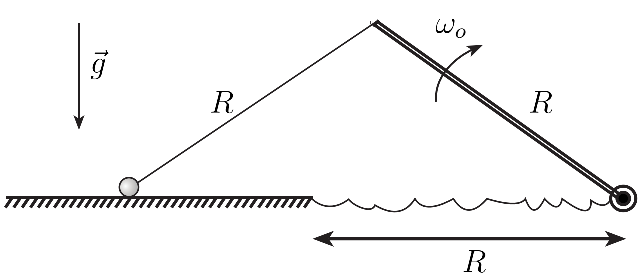


Fig. P1

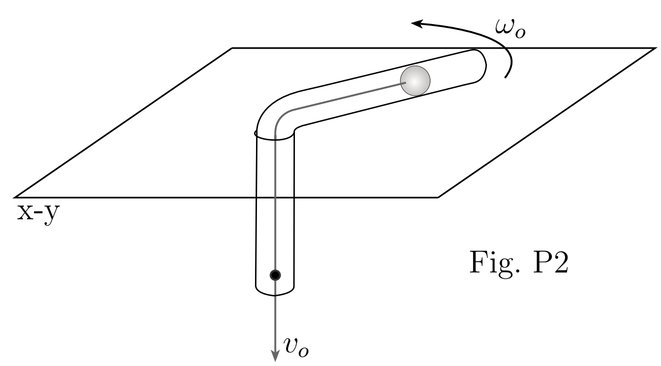


Fig. P2

**P2**

Considere un tubo con forma de L dentro del cual puede deslizar una cuenta de masa $m$. Escogiendo un sistema de coordenadas cilíndricas, un brazo del tubo coincide con el eje z. El otro se mueve girando con velocidad angular constante $\omega_0$, contenido siempre en el plano x-y ($z = 0$). La cuenta es desplazada por el interior de este último brazo hacia el eje z, gracias a la acción de una cuerda que recorre el interior del tubo y es tirada en el extremo opuesto. La tracción es tal que la cuenta adquiere una velocidad constante $v_0$. Considerando que inicialmente la cuenta está a una distancia $R$ del eje z:

(a) Determine la velocidad y aceleración de la cuenta en función de su distancia al eje de rotación $\rho$.

(b) Calcule el radio de curvatura $\rho_c$ de la trayectoria de la cuenta en función de $\rho$.
Es importante hacer un gráfico de esta función $\rho_c(\rho)$, precisando su valor para $\rho = 0$ y su comportamiento para $\rho \to \infty$. Considere en este caso $v_0 = \lambda\omega_0 R$, con $\lambda$ una constante.

(c) Determine la tensión de la cuerda en función de $\rho$ y la fuerza normal que la pared interior del tubo ejerce sobre la cuenta.

**P3**

Considere una superficie cónica como la indicada en la figura, que se encuentra en un ambiente ***con gravedad***. En un cierto instante se impulsa una partícula de masa $m$ sobre la superficie interior del cono, con una velocidad inicial $v_o$ en dirección perpendicular a su eje. En ese momento la partícula está a una distancia $r_o$ del vértice del cono. El roce entre la partícula y la superficie es despreciable. El ángulo entre el eje del cono y la generatriz es $\alpha$.

(a) Escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula en un sistema de coordenadas que le parezca adecuado.

(b) ¿Está la coordenada esférica $r$ acotada entre dos valores $r_{max}$ y $r_{min}$? La respuesta es Sí. Calcúlelos y determine qué valor toma la normal cuando la partícula alcanza esos puntos.

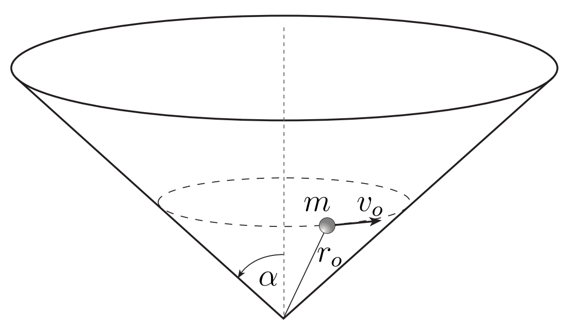


Fig. P3

***Amablemente propuesto para que usted ejercite:***

$\boxed{\textbf{P4}}$

Una partícula $P$ de masa $m$ se lanza por el interior de un recipiente cilíndrico con eje vertical, radio $R$ y altura $h$. El roce de $P$ con la pared cilíndrica es despreciable; domina el roce viscoso $\vec{F}_{r.v.} = -c\vec{v}$ de $P$ con el fluido que llena el recipiente. La partícula es lanzada en contacto con la superficie cilíndrica, con velocidad horizontal de magnitud $v_0$. Determine:

(a) La velocidad vertical $v_z$ como función del tiempo y la función $z(t)$.

(b) La velocidad angular de $P$ como función del tiempo.

(c) Valor que debe tener el coeficiente $c$ para que $P$ alcance justo a dar una sola vuelta, suponiendo que el recipiente es infinitamente alto ($h \to \infty$).

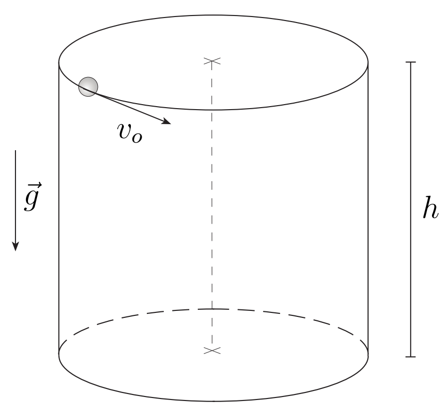


Fig. P4

**Respuestas:**

(Jamás asumir que están exentas de errores.)

***R*1:** **(a)** $T = 2mR\omega_o^2$; **(b)** $\omega_o^2 = \frac{g}{\sqrt{3}R}$;

***R*2:** **(a)** $\vec{v} = -v_o\hat{\rho} + \rho\omega_o\hat{\theta}$, $\vec{a} = -\rho\omega_o^2\hat{\rho} - 2v_o\omega_o\hat{\theta}$; **(b)** $\rho_c = \frac{[\lambda^2 R^2+\rho^2]^{3/2}}{2\lambda^2 R^2+\rho^2}$;
**(c)** $T = m\rho\omega_o^2$, $N = -2mv_o\omega_o$;

***R*3:**

Propuesto:

***R*4:** **(a)** $\dot{z}(t) = \frac{mg}{c}\left[e^{-\frac{c}{m}t} - 1\right]$; **(b)** $\dot{\theta}(t) = \frac{v_o}{R}e^{-\frac{c}{m}t}$; **(c)** $c = \frac{mv_o}{2\pi R}$;