

Clase Auxiliar FI2001 Mecánica

Profesor: Luis Rodriguez

Auxiliares: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

3/Abril/2009

P1. Hay un hilo enrollado alrededor de un cilindro de radio R . En la punta del hilo hay un cuerpo de masa m que se suelta, cuando $\phi = 0$, con la velocidad inicial $\vec{v}(t = 0) = -v_0\hat{\rho}$, perpendicular al hilo, lo que determina que el hilo se comienza a enrollar. La distancia inicial entre el cuerpo y el punto B de tangencia del hilo con el cilindro es L_0 . **Nota:** Las coordenadas cilíndricas en este problema persiguen al punto de tangencia B , y es conveniente escribir el vector posición como: $\vec{r} = R\hat{\rho} + L(t)\hat{\phi}$.

- a) Determine la ecuación de movimiento para la distancia $L(t)$ correspondiente a la longitud de hilo que queda por enrollar en el tiempo t (distancia entre los puntos B y la posición de la masa).
- b) Obtenga la velocidad angular $\dot{\phi}$ en función de ϕ .
- c) Suponiendo que el hilo se corta si la tensión sobrepasa el valor T_{max} , obtenga el valor de ϕ en el momento de corte.

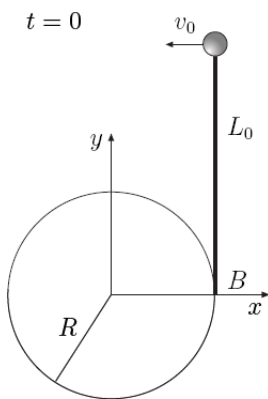


Fig. P3a

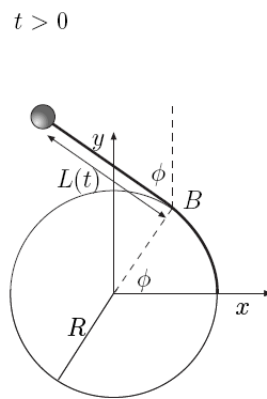
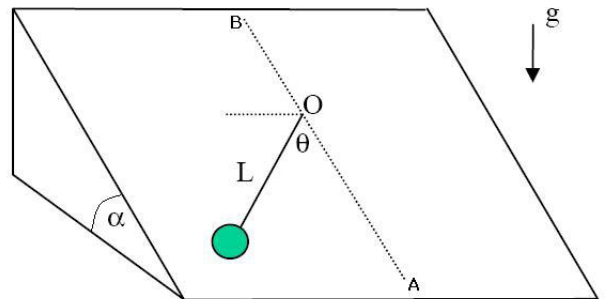


Fig. P3b

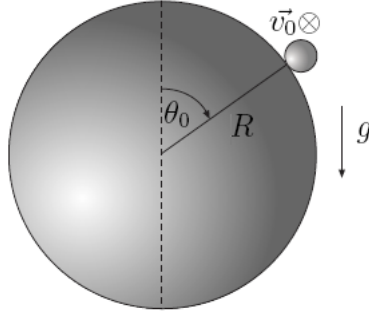


P2. Una partícula de masa m está en una superficie inclinada en un ángulo α , atada a una cuerda de largo L , cuyo otro extremo está fijo a un punto O . Si el coeficiente de roce dinámico entre la superficie y la partícula es μ y ésta se lanza desde el punto A con velocidad inicial v_0 , determine:

- a) el valor mínimo de v_0 tal que la cuerda se mantiene siempre tensa y la partícula alcanza a llegar al punto B .
- b) y además analice cómo cambia su resultado para los casos en que:
 - $\mu = 0, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$
 - $\alpha = 0, \mu > 0$
 - $\alpha = \frac{\pi}{2}, \mu > 0$

P3. Una partícula de masa m está ubicada sobre la superficie de una esfera de radio R , en presencia de gravedad. En el instante inicial, se lanza la partícula con una velocidad horizontal $\vec{v}_0 = v_0 \hat{\phi}$, tangente a la superficie, y con un ángulo $\theta(t=0) = \pi/3$

- a) Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula en función de θ .
 b) Determine el valor del ángulo θ^* en que la partícula se despega de la superficie.



Respuestas:

(Jamás asumir que están exentas de errores.)

P1: a) $\dot{L} = -\frac{v_0 R}{L}$; b) $\dot{\phi} = \frac{v_0}{L_0 - R\phi}$; c) $\phi_{max} = \frac{1}{R}(L_0 - \frac{mv_0^2}{T_{mx}})$

P2: a) $v_{0,min} = \sqrt{Lg(2\pi\mu \cos \alpha + 5 \sin \alpha)}$

P3: a) $\vec{v}(\theta) = R\sqrt{\frac{g}{R}(1 - 2 \cos \theta) + \frac{3v_0^2}{4R^2}(\frac{1}{3} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta})}\hat{\theta} + \frac{\sqrt{3}v_0}{2 \sin \theta}\hat{\phi}$,

$\vec{a}(\theta) = -[g(1 - 2 \cos \theta) + \frac{v_0^2}{R}]\hat{r} + g \sin \theta \hat{\theta}$; c) $\cos \theta^* = \frac{1}{3}(1 + \frac{v_0^2}{gR})$