Auxiliar - Jeudi 23 Avril

FI2001 - Mecánica
Prof. Luis Rodriguez
Semestre Otoño 2009
Auxs: Francisco Sepúlveda & Kim Hauser

P1

Sobre un plano horizontal liso desliza una partícula de masa m, empujada por una barra que gira con respecto a un punto fijo con velocidad angular ω_o con respecto a uno de sus extremos.
La partícula tiene roce sólo con la barra, y está caracterizado por coeficientes de roce estático μ_e y dinámico μ_d. En la condición inicial la partícula se encuentra a una distancia ρ_o del eje de rotación y en reposo relativo respecto de la barra.

(a) Encuentre una expresión para la distancia de la partícula al eje de rotación, en función del tiempo, $\rho(t)$.

(b) Determine el trabajo que realiza la fuerza normal desde el momento inicial hasta que la partícula alcanza una distancia ρ_1 con respecto al centro de giro.

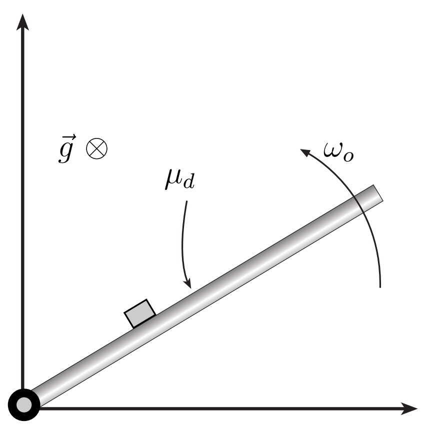

Fig. P1

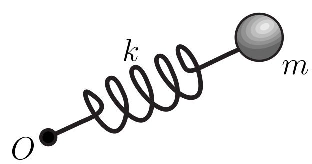

Fig. P2

P2

Una masa puntual m, que yace sobre un plano, está conectada a un punto fijo en el plano O a través de un resorte de constante elástica k y largo natural nulo.

(a) Usando coordenadas polares en el plano, encuentre las ecuaciones de movimiento.

(b) Encuentre el potencial efectivo y grafíquelo.

(c) Obtenga los puntos de equilibrio del potencial efectivo y estudie las pequeñas oscilaciones en torno a esos puntos, dando las frecuencias propias de oscilación. Dibuje la órbita que hace la partícula en el plano.

$\boxed{\textbf{P3}}$

(**Nota:** Si bien la fuerza total en este problema no es una fuerza central, conviene resolverlo haciendo uso de los mismos conceptos de potencial efectivo y energía que los usados en los problemas de fuerzas centrales.)
Una partícula de masa m desliza sin roce por el interior de un embudo de eje vertical, cuya superficie se puede representar con la expresión $z(\rho) = -L^2/\rho$, donde L es una constante conocida y ρ es la coordenada radial cilíndrica. Si en la condición inicial la partícula está a distancia L del eje del embudo (ver figura), y tiene una velocidad tangente a la superficie, horizontal de magnitud v_o, se pide:

(a) Determinar el valor de v_o tal que la partícula se mantenga rotando siempre a la misma altura.

(b) Si v_o tiene un valor igual a la mitad del encontrado en (a) determine la altura mínima a la que llega la partícula en su movimiento.

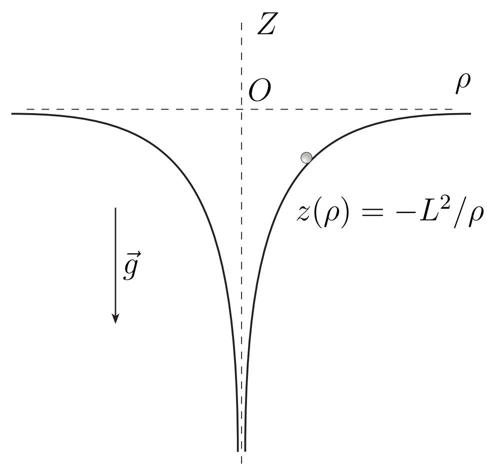

Fig. P3

Respuestas:
(Jamás asumir que están exentas de errores.)

***R*1: (a)** $\rho(t) = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}\rho_o e^{\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}\rho_o e^{\lambda_2 t}$**,**
donde $\lambda_1 = -\mu_d\omega_o + \omega_o\sqrt{1+\mu_d^2}$**,** $\lambda_2 = -\mu_d\omega_o - \omega_o\sqrt{1+\mu_d^2}$**; (b)** $W_N = m\omega_o^2(\rho_1^2 - \rho_o^2)$**;**

***R*2: (a)** $m(\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2) = -k\rho$**,** $F_\phi = 0 \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{l}{m\rho^2}$**; (b)** $U_{ef}(\rho) = \frac{l^2}{2m\rho^2} + \frac{1}{2}k\rho^2$**;**
(c) $\rho_c = \sqrt[4]{\frac{l^2}{mk}}$**,** $\omega_{p.o.}^2 = \frac{4k}{m}$**;**

***R*3: (a)** $v_o = \sqrt{gL}$**; (b)** $z_{min} = -7L$**;**