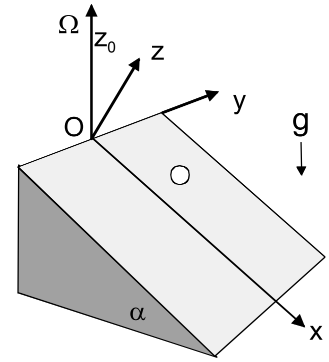
UNIVERSIDAD DE CHILE — Luis Rodríguez V
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS — 10 JUNIO 2009
DEPARTAMENTO DE FÍSICA — Duración 90 minutos.

FI 2A1 MECANICA. Control 3

Haga sus deducciones con prolijidad y explíquelas. Escriba en orden con letra legible. Una respuesta está correcta cuando tanto el método como el resultado están correctos. La claridad de su presentación puede darle puntos. Cada pregunta debe ser respondida en una hoja separada.

---

1) Un plano inclinado liso en ángulo α respecto a la horizontal, rota en torno al eje z_0 vertical con velocidad angular constante de magnitud pequeña Ω. Una particula parte del reposo en O y baja acelerando sobre la superficie. Aproximando todos los términos en Ω^2 por cero se pide



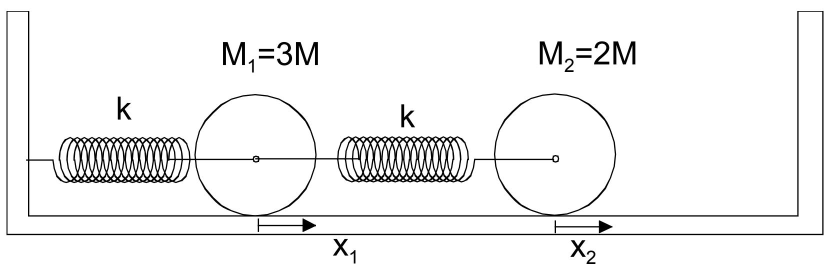
a) (2p) Escriba las ecuaciones de movimiento aproximadas en sus componentes x, y, z del sistema rotante. Nota: $\vec{a} \approx 2\vec{\omega}\times\vec{v}^{rel} + \vec{a}^{rel}$

b) (2p) Integre y demuestre que aproximadamente $y = -\frac{1}{3}\Omega g t^3 \sin\alpha\cos\alpha$.

c) (2p) Determine la reacción normal.

---

2) Dos discos de masa 3M y 2M e igual radio R pueden rodar sin resbalar sobre un plano horizontal. Los centros están unidos por un resorte de constante elástica k, y uno de ellos está unido por otro resorte igual a un muro fijo. Si x_1 y x_2 indican los desplazamientos de los centros respecto a las posiciones de equilibrio y para los cuales los discos giran $\theta_1 = \frac{x_1}{R}, \theta_2 = \frac{x_2}{R}$ se pide que



a) (2 p) Escriba las ecuaciones de movimiento para x_1 y x_2.

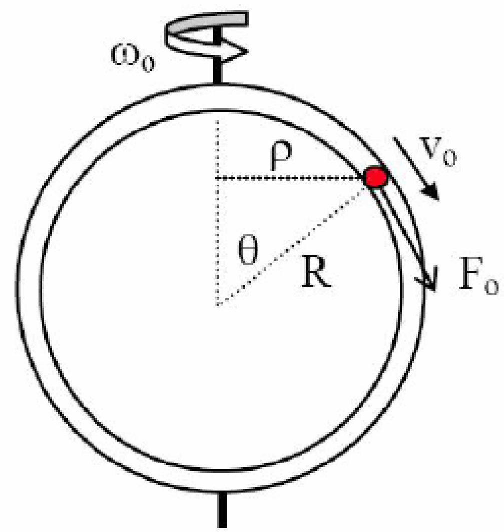
b) (2 p) Encuentre las frecuencias propias de oscilación.

c) (2 p) Encuentre las coordenadas normales en términos de x_1 y x_2.

Nota: el momento de inercia de un disco respecto a un eje por su centro y perpendicular a su plano es $I = \frac{1}{2}mR^2$. Note además que las fuerzas de roce son las únicas que producen torque respecto al centro de masa de cada disco.

3) Considere un tubo de forma circular (radio R) que gira con velocidad angular constante ω_0 con respecto a un eje diametral (ver figura), en un ambiente sin gravedad donde actúa un campo de fuerza cuya función de potencial es: $V(\rho) = \frac{1}{2}k\rho^2$ siendo ρ la distancia al eje de rotación. Por el interior del tubo se desplaza una partícula de masa *m* con roce nulo con la pared.

UNIVERSIDAD DE CHILE Luis Rodríguez V
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS 10 JUNIO 2009
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Duración 90 minutos.



a) Si la partícula se encuentra inicialmente en reposo en el eje de rotación y se le da un pequeño impulso para sacarla desde esa posición, analice el movimiento resultante relativo al tubo, y determine que condición debe cumplirse para que el punto inicial sea de equilibrio estable. ¿Cuál es en ese caso el periodo de pequeñas oscilaciones?

b) Suponiendo que se impulsa la partícula desde la posición inicial con una rapidez v_0 relativa al tubo, determine una expresión para la fuerza F_0 que debe ejercer sobre ella (a lo largo del tubo), para que la partícula continúe moviéndose con rapidez constante relativa al tubo. Exprese F_0 en función de θ.

Coriolis $\vec{a} = \vec{a}_A + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}^{rel} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) + \vec{a}^{rel}$