

## Auxiliar Monopolios #2

### **Pregunta 1**

Describe los tres tipos de discriminación monopólica de precios y argumente cuál de ellas se utiliza (si es que se utiliza) y por qué en cada uno de los siguientes casos:

- a) Dentista de pueblo chico.
- b) Un cine.
- c) El teatro municipal.
- d) Restaurantes con buffet.
- e) Coca-Cola (distintos precios en distintos países).

### **Respuesta:**

Los tres tipos de discriminación monopólica son:

- 1er tipo: el monopolista conoce perfectamente la demanda de cada consumidor y se adueña de todo el excedente. Esto lo hace cobrando precios distintos a cada cliente, por ejemplo vía tarifas de dos partes con parte fija diferenciada e igual al precio de reserva.
  - 2º tipo: el monopolista diseña paquetes que los consumidores pueden elegir según sus preferencias. Los diseña de tal manera de que los clientes se autoseleccionen.
  - 3er tipo: discriminación por características observables, como precios diferenciados para mujeres y hombre, descuentos por tercera edad, etc.
- 
- a) En este caso el monopolista (asumimos que hay un solo dentista) cobra tarifas diferenciadas y logra extraer todo el excedente, por lo que es una discriminación de primer tipo.
  - b) Al haber descuentos para estudiantes y tercera edad esto constituye una discriminación de segundo tipo. Ahora con las salas Premium de algunos cines, se ofrecen paquetes distintos: esto es discriminación de segundo tipo.
  - c) Se ofrecen muchos asientos distintos a distintos precios, esto constituye una discriminación de segundo tipo. Los descuentos a estudiantes son discriminación de tercer tipo.
  - d) Los que cobran precios diferenciados a hombres y mujeres, o a adultos y niños, son discriminadores de tercer tipo. Los que ofrecen distintos tipos de buffet (buffet hipocalórico, vegetariano, de carnes, etc.) son discriminadores de segundo tipo.
  - e) Discriminación de tercer tipo, ya que se discrimina según características observables (lugar de residencia). No es de segundo tipo porque un habitante de Japón no puede decidir comprar una Coca-Cola en Namibia porque es más barata.

## Pregunta 2

Dada la creciente fama que ha tenido el equipo de fútbol conocido como “Los Gatos”, el club ha comenzado a vender artículos autografiados a los alumnos hinchas del equipo. Como al comienzo nadie pensó que se tratara de un negocio de importancia, se le otorgaron permisos únicos e irrepetibles para dicha venta, con lo que el equipo quedó en una posición monopólica. Asuma que la demanda por dichos artículos está dada por  $P = a - bq$  y que los costos marginales son iguales a  $c$  y que no hay costos fijos, pues los diseños fueron donados por la empresa Activarte.

- Encuentre la solución que maximiza las ganancias de “Los Gatos” si sólo se cobra un cargo variable.
- ¿Cómo cambia la respuesta si además de un variable se cobra un cargo fijo?
- El Fiscal económico, que como muchos menospreció a “Los Gatos” en un comienzo, se da cuenta de su error, pero no puede quitarles el permiso fácilmente, por lo que decide regular. ¿Qué sistema tarifario debería fijar?

Suponga ahora que un estudio de mercado ha determinado que la tres cuartos de los hinchas son mujeres, con una demanda de  $P = a_1 - b_1q_1$ . Y que los hombres tienen una demanda de  $P = a_2 - b_2q_2$ .

- Si el monopolista puede cobrar sólo un costo por unidad, ¿qué precio fijará si se le permite discriminar? ¿si no se le permite discriminar?

## Respuesta

- Para esta parte hay que maximizar las utilidades monopólicas:

$$\begin{aligned} & \max_Q (P(Q) - c)Q \\ \Leftrightarrow & \max_Q (a - bQ - c)Q \Rightarrow Q^m = \frac{a-c}{2b}, P^m = \frac{a+c}{2} \text{ y } \pi^m = \frac{(a-c)^2}{4b} \end{aligned}$$

- Ahora el problema que resuelve la firma es:

$$\begin{aligned} & \max_P (P(Q) - c)Q + F \\ & \text{s.t. } \frac{bQ^2}{2} \geq F, \end{aligned}$$

donde el término de la izquierda es el excedente de los consumidores.

El lagrangeano y las CPO quedan:

$$\begin{aligned} L &= (a - bQ - c)Q + F + \lambda\left(\frac{bQ^2}{2} - f\right) \\ L_F &= 1 - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 1, \text{ ie, la condición es activa} \\ L_Q &= a - 2bQ - c + \lambda(bQ) = 0 \Rightarrow Q^* = \frac{a-c}{b} \\ P^* &= c, \pi^* = \frac{(a-c)^2}{b} \end{aligned}$$

- c) Al regulador le interesa maximizar el excedente social. Como en el caso anterior el precio es igual al costo marginal se maximiza al excedente social. Sin embargo si prefiere que los consumidores se lleven este bienestar, entonces obligará a cobrar  $P = CMg$  y  $F = 0$ .
- d) Si se le permite discriminar entonces va a cobrar el precio monopolístico en cada mercado. Luego  $P_1 = \frac{a_1 - c}{2b}$ ,  $P_2 = \frac{a_2 - c}{2b}$ . El problema es cuando tiene las dos mercados. En la figura se muestra el problema. Sin embargo es un poco más complejo, debido a que la función de demanda agregada tiene una forma rara. Viendo el grafico se ve que para  $P \in [a_1, a_2]$  la demanda vale algo y para  $P \in [0, a_1]$  otra cosa. El precio que maximiza va a ser el que entregue la mayor utilidad. Entonces hay que resolver dos problemas:

$$(1) \max_p (P - c)Q_1(P)$$

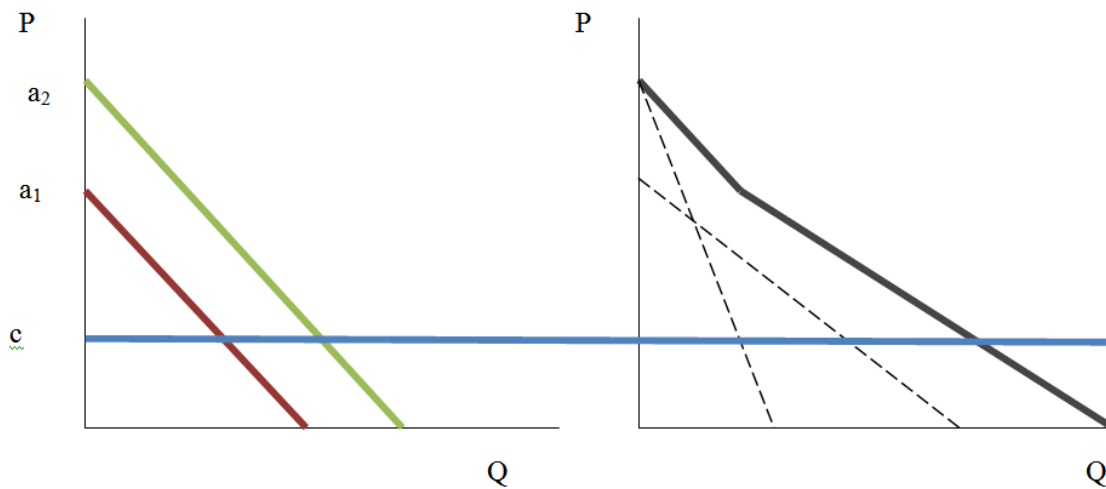
$$\text{s.a. } P \leq a_2, a_1 \leq P$$

Y el problema

$$(1) \max_p \frac{3}{4}(P - c)Q_1(P) + \frac{1}{4}(P - c)Q_2(P)$$

$$\text{s.a. } P \leq a_1, 0 \leq P$$

Los dos problemas van a entregar una utilidad y un precio. Se escoge aquel precio que maximice las utilidades.



### Pregunta 3

Considere un monopolio que vende en dos mercados idénticos separados espacialmente, cada uno con demanda  $q = 1 - p$ . El primer mercado está localizado en el mismo lugar donde está ubicado el monopolio mientras que el otro está a una distancia  $r$ . El costo de transporte para llevar una unidad desde la fábrica al segundo mercado es  $r$  por unidad. El monopolio tiene costos de producción  $C(Q)=0$ , donde  $Q$  son las ventas totales.

a. Determinar el precio de equilibrio en cada mercado por separado. ¿Se puede concluir que el monopolio favorece a la localidad lejana, o sea ¿absorbe el monopolio parte de los costos de transporte?

Para poder determinar el precio de equilibrio en cada mercado por separado es necesario resolver los siguientes problemas:

**Mercado 1:** (en el mismo lugar)

$$\text{Max } \pi = pq = (1 - p)p \rightarrow p = q = 1/2$$

**Mercado 2:** (existe costo de transporte)

$$\text{Max } \pi = pq - qr = (1 - p)p - r(1 - p) \rightarrow q = 1/2 - r/2 \quad p = 1/2 + r/2$$

Claramente el Mercado 2 se ve favorecido pues no asume el costo total de transporte, ya que el precio que observa solo contiene la mitad de los costos totales de transporte, es decir, el monopolio estaría absorbiendo  $r/2$ , lo equivale a la mitad de los costos de transporte.

b. Suponga que el monopolio cobra un precio único en la fábrica. Los consumidores en el mercado lejano deben absorber ellos mismos los costos de transporte. Determine el precio en la fábrica.

Considerando que ahora el monopolio cobra un precio único, se debe considerar que el mercado 2 absorbe el costo de transporte. Por lo que su demanda será:  $q_2 = 1 - (p + r)$  Por lo

tanto el problema del monopolio es:

$$\text{Max } \pi = p(1 - p) + p(1 - p - r) = p(2 - r) - 2p^2$$
$$\text{s.a. } 1 - p - r \geq 0$$

Si vemos la función objetivo, podemos distinguir que se está maximizando la demanda agregada pues si factorizamos por  $p$  obtenemos:  $p(2 - 2p - r)$ , donde  $(2 - 2p - r)$  corresponde la demanda total. La existencia de la restricción solo para el mercado 2 es porque existe un precio tal que el mercado 2 no comprará, en el caso del mercado uno la restricción está implícita. Como es un problema de maximización sujeto a restricciones necesitaremos el Lagrangeano del problema:  $L = (1 - p)p - (1 - p - r)p + \lambda(1 - p - r)$  De la condición de

primer orden se tiene:  $\lambda = \frac{2 - r - 4p}{p}$ .

Entonces la restricción será activa si  $r > 0$ , lo que se cumplirá si y solo si  $p < \frac{2-r}{4}$ . Pero

además sabemos que si la restricción es activa se cumple en igualdad por lo que podemos encontrar la relación  $p = 1 - r < \frac{2-r}{4} \rightarrow r > 2/3$ . Acabamos de encontrar una condición

importante, ya que si  $r \in [2/3, 1]$  el mercado dos no será atendido, es decir, se fijará un precio al que ellos no comprarán. Y en tal caso el problema será equivalente al que resolvimos en la parte (a) para el mercado 1, es decir la solución será  $p = q = 1/2$ . Si  $r$  no está en este intervalo la restricción no será activa, por lo que podemos maximizar

normalmente: 
$$p = \frac{2-r}{4}$$

c. Plantee la condición que determina si los beneficios del monopolio son mayores en el caso de un precio único o de un precio en cada mercado. Plantee la condición que determina en que caso el bienestar social es mayor.

Primero calcularemos las utilidades y el bienestar en cada caso. Sabemos que:

$$\pi = p_1 q_1 + p_2 q_2 \text{ y } W^T = \pi + EC$$

Precios distintos:

$$\pi = p_1 q_1 + p_2 q_2 - r q_2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1+r}{2}\right) \left(1 - \left(\frac{1+r}{2}\right)\right) - r \left(1 - \left(\frac{1+r}{2}\right)\right) = \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2$$

El bienestar será

$$W^T = \pi + EC^1 + EC^2 = (1 - p_1) \frac{q_1}{2} + (1 - p_2) \frac{q_2}{2} + \pi = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} (1-r)^2$$

Consumidores asumen costos:

❖ Caso en que  $r \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$

Las utilidades y el bienestar serán equivalentes a las encontradas en la parte (a) solo maximizando al mercado 1 (Recordemos que en este caso el mercado 2 no compra). Luego

$$\pi_1 = 1/4 \text{ y } W^{Total} = \pi + EC^1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

❖ Caso en que  $r \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$

Las utilidades serán  $\pi_v^{Total} = \left(\frac{2-r}{4}\right) \left(\frac{2+r}{4}\right) + \left(\frac{2-r}{4}\right) \left(\frac{2-3r}{4}\right) = \frac{(2-r)^2}{8}$  y el bienestar:

$$W_b^1 = \left(1 - \frac{2-r}{4}\right) \left(\frac{2+r}{4}\right) \frac{1}{2} = \left(\frac{2+r}{4}\right)^2 \frac{1}{2}$$

$$W_b^2 = \left(1 - \frac{2-r}{4} - r\right) \left(\frac{2-3r}{4}\right) \frac{1}{2} = \left(\frac{2-3r}{4}\right)^2 \frac{1}{2}$$

$$W_b^{Total} = \left(\frac{2+r}{4}\right)^2 \frac{1}{2} + \left(\frac{2-3r}{4}\right)^2 \frac{1}{2} + \frac{(2-r)^2}{8} = \frac{1}{16}(12-13r+7r^2)$$

### Condiciones

Ahora podemos plantear las condiciones, pero tendremos que diferenciar por casos

❖ *Caso en que*  $r \in [2/3, 1]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b \rightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{1}{4}$$

El bienestar sera mayor ssi

$$W^a > W^b \rightarrow \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{3}{8}$$

❖ *Caso en que*  $r \in [0, 2/3]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b \rightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{(2-r)^2}{8}$$

El bienestar sera mayor ssi

$$W^a > W^b \rightarrow \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{1}{16}(12-13r+7r^2)$$

d Determine en qué caso las utilidades del monopolio son mayores y en qué caso el bienestar social es mayor.

Ahora debemos desarrollar las condiciones encontradas anteriormente para saber cuando se cumplen

❖ *Caso en que*  $r \in [2/3, 1]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b \rightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{1}{4} \rightarrow \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > 0 \text{ Es decir siempre preferira discriminar.}$$

El bienestar sera mayor ssi  $W^a > W^b \rightarrow \frac{3}{8}(1-r)^2 > 0$  Siempre sera mayor el bienestar con discriminación.

❖ *Caso en que*  $r \in [0, 2/3]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b \rightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{(2-r)^2}{8} \rightarrow 1 + (1+r)^2 > \frac{(2+r)^2}{2}$$

lo que se prefiere discriminar,

$$\text{El bienestar sera mayor ssi } W^a > W^b \rightarrow \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{1}{16}(12 - 13r + 7r^2) \rightarrow r < 1$$

En este caso el bienestar también será mayor bajo discriminación. En ambos casos esto ocurrió porque la discriminación permite aumentar la cantidad vendida y sabemos que el bienestar aumenta si las ventas también lo hacen.

#### Pregunta 4

Considere un monopolista que enfrenta dos mercados separados con las siguientes funciones de demanda:  $Q_1 = 24 - P_1$ ;  $Q_2 = 24 - 2P_2$ . Los costos de producción del monopolista son  $CT(Q_1, Q_2) = 6(Q_1 + Q_2)$ .

a) Determine el precio y la cantidad que maximiza el beneficio del monopolista para cada mercado.

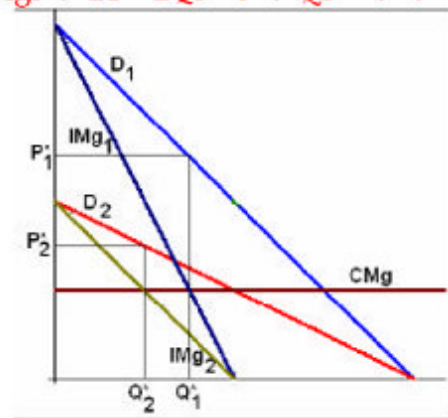
Si hacemos  $Q_1 + Q_2 = Q \rightarrow CT = 6Q \rightarrow CMg = 6$ . Como el monopolista enfrenta mercados separados, la condición  $IMg = CMg$  se convierte en:  $CMg = IMg_1$ ,  $CMg = IMg_2 \rightarrow CMg = IMg_1 = IMg_2$ .

El monopolista distribuye las ventas entre los distintos mercados que enfrenta de acuerdo con el principio  $IMg = CMg$ . La primera venta la realizará allí donde el  $IMg > CMg$ . Si el  $IMg_1 > IMg_2$  entonces el monopolista venderá la primera unidad en el primer mercado. Si con la segunda unidad el  $IMg_1 > IMg_2$  seguirá vendiendo en este mercado. Pero tenga en cuenta que el  $IMg$  es decreciente. En consecuencia en algún momento el  $IMg_2 > IMg_1$  y el monopolista venderá en el mercado 2. Este procedimiento sigue hasta que se cumpla  $CMg = IMg_1 = IMg_2$ .

Como  $Q_1 = 24 - P_1 \rightarrow P_1 = 24 - Q_1 \rightarrow IMg_1 = 24 - 2Q_1$ . Como  $Q_2 = 24 - 2P_2 \rightarrow P_2 = 12 - Q_2/2 \rightarrow IMg_2 = 12 - Q_2$ . Haciendo  $CMg = IMg_1 \rightarrow 24 - 2Q_1 = 6 \rightarrow Q_1^* = 9 \rightarrow P_1^* = 15$ . Haciendo  $CMg = IMg_2 \rightarrow 12 - Q_2 = 6 \rightarrow Q_2^* = 6 \rightarrow P_2^* = 9$ .

El grafico muestra los resultados encontrados.

Se iguala el  $IMg$  de cada mercado con el  $CMg$  del monopolio y quedan determinados  $Q_1^*$  y  $Q_2^*$ . Luego se sube hasta la función de demanda de cada mercado y quedan determinados  $P_1^*$  y  $P_2^*$ . Observe que el precio más alto se obtiene en el



mercado 1 donde los precios de reserva siempre son más altos que en el caso de los consumidores en el mercado 2. En este caso el monopolista cobra más donde los consumidores están dispuestos a pagar más. Lo contrario sucede en el mercado 2. Los consumidores tienen precios de reserva menores y el monopolista cobra allí un precio menor.



d. Suponga que el monopolista es permitido discriminar como en la parte (a), pero los consumidores son capaces de revender el producto entre los mercados incurriendo en un costo de \$3 por unidad. ¿Cuál será el precio y la cantidad en cada Mercado dada esta posibilidad de actuar de los consumidores.

Ahora supongamos que el Gobierno no interviene en el mercado y que el costo de transacción entre los mercados es de 3. Bajo esta nueva circunstancia, parece conveniente comprar en el mercado donde el precio es más bajo y vender en el mercado donde el precio es más alto, siempre que la diferencia de precios cubra el costo de transacción entre mercados.

Así, si compramos al precio 9 en el mercado 2 y vendemos al precio 15 en el mercado 1 incurriendo en un costo de 3 por realizar esta transacción, tendríamos un beneficio de  $15 - 9 - 3 = 3$ . Para el consumidor del mercado 1 le es indiferente comprar al monopolista al precio 15 o a un revendedor del mercado 2 al mismo precio. Pero para el monopolista esta diferencia sí existe. El monopolista podría evitar esto ofreciendo un precio de 14 al consumidor del mercado 1. En este caso el consumidor preferiría comprar al monopolista. Pero si esta fuera la conducta del monopolista, el revendedor del mercado 2 estaría dispuesto a vender al consumidor del mercado uno al precio 13. Ahora el consumidor del mercado 1 preferiría al revendedor en vez del monopolista. Si ahora el monopolista vende al precio 12, que es igual al precio en el mercado 2 más los costos de transacción para los revendedores, los revendedores no tendrían ningún estímulo para su actividad. En consecuencia la discriminación de precios no generaría todos los beneficios que espera el monopolista.

En esta situación  $P_1 = 12$ ,  $Q_1 = 12$ ,  $P_2 = 9$ ,  $Q_2 = 6$ . Observe que esta situación se produce porque el costo de transacción es menor a la diferencia de precios entre los mercados. Si el monopolista lleva esta discriminación al nivel donde la diferencia de precios es igual al costo de transacción, desaparece la reventa. Más aún, si los costos de transacción fueran cero, la diferencia de precios entre los mercados desaparecería y desaparecería la discriminación de precios. Podríamos encontrar estos mismos resultados de esta otra manera. Como  $P_1 - P_2 > 3$  entonces se estimula la presencia de revendedores que provienen del mercado 2.

Podemos restringir la formación de precios de tal manera que  $P_1 - P_2 = 3$  ó que  $P_1 = P_2 + 3$ . La función inversa de demanda del mercado 2 es:  $P_2 = 12 - Q_2/2 \rightarrow IMg_2 = 12 - Q_2$ . Pero  $IMg_2 = CMg \rightarrow 12 - Q_2 = 6 \rightarrow Q_2 = 6 \rightarrow P_2 = 12 - 6/2 = 9 \rightarrow P_1 = 9 + 3 \rightarrow P_1 = 12 \rightarrow Q_1 = 24 - 12 \rightarrow Q_1 = 12$ .

En consecuencia si en el mercado existe la posibilidad de reventa porque el costo de transacción es menor a la diferencia de precios entre los mercados, el monopolista se ve obligado a reducir el precio en el mercado donde el precio es más alto hasta que la diferencia de precios sea igual al costo de transacción.

e. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar el monopolista para convencer al gobierno de aprobar una ley que prohibiera a los consumidores la reventa del producto? Explique su razonamiento.

En este caso los beneficios del monopolista disminuyen. En el mercado 1 se venden 12 unidades al precio de 12,  $IT = 144$ ,  $CT = 12 \cdot 6 = 72 \rightarrow p_1 = 72$ . En el mercado 2 se venden 6 unidades al precio 9,  $IT = 54$ ,  $CT = 6 \cdot 6 = 36 \rightarrow p_2 = 18$ . En consecuencia el beneficio total es de  $p = 90$ . Pero el beneficio alcanzado discriminando precios y sin reventa es igual a  $p = 99$ . En consecuencia, el pago máximo que estaría dispuesto a realizar el monopolista para que el Gobierno prohíba legalmente a los consumidores la reventa sería de 9.

### Pregunta 5

Considere una economía cerrada, que produce un excelente fertilizante que es producido por sólo una firma. La demanda dentro del país por ese producto es  $Q = 240 - 4P$ . La función de costos de la firma es  $C(Q) = 0,25Q^2 + 10$ .

- a) Caracterice el equilibrio (precio, cantidad, utilidades).

Ahora el país decide abrir su economía, pero se fija un arancel a la importación de fertilizantes que no permite las importaciones. Sin embargo, la firma local productora puede vender en el mercado mundial, que es perfectamente competitivo, a un precio  $P_I = 36$ .

- b) ¿Cuánto venderá localmente la firma y cuánto exportará?  
 c) Si a los consumidores locales se les diera la posibilidad de elegir entre autorizar o no las exportaciones, ¿qué decidirán?  
 d) ¿Cuál es el menor precio al cual la firma puede exportar?

### Respuesta:

- a) El equilibrio se obtiene del problema de maximización de la firma:

$$\max_Q Q \left( 60 - \frac{Q}{4} \right) - 0,25Q^2 - 10$$

CPO:

$$60 - \frac{Q}{2} - \frac{Q}{2} = 0$$

$$\begin{aligned} Q^* &= 60 \\ P^* &= 45 \\ \pi^* &= 1790 \end{aligned}$$

- b) Ahora debe decidir la cantidad a ser vendida localmente ( $Q^l$ ) y la cantidad a exportar ( $Q^e$ ).

$$\max_{Q^l, Q^e} P_I Q^e + Q^l \left( 60 - \frac{Q^l}{4} \right) - \frac{(Q^e + Q^l)^2}{4} - 10$$

CPO:

$$P_I - \frac{(Q^l + Q^e)}{2} = 0$$

$$60 - \frac{Q^l}{2} - \frac{Q^l}{2} - \frac{Q^e}{2} = 0$$

$$Q^l = 120 - 2P_I$$

$$Q^e = 4P_I - 120$$

Reemplazando el valor del precio internacional:

$$Q^l = 48$$

$$Q^e = 24$$

c) Cuando hay exportaciones, el precio del mercado local es:

$$P^l = 60 - \frac{48}{4} = 48$$

Por lo que están mejor sin exportaciones.

d) En las condiciones de primer orden de la parte (b) vemos que la cantidad exportada es creciente en el precio internacional. La cantidad exportada es cero si  $P_I = 30$ . A precios mayores que ese, la firma exportará.

También se puede ver de la siguiente manera: al producir una unidad, esta se exportará si el precio internacional es mayor que el ingreso marginal de vender esa unidad en el mercado local. El ingreso marginal es:

$$\frac{\partial}{\partial Q} \left( Q \left( 60 - \frac{Q}{4} \right) \right) = 60 - \frac{Q}{2} = 30$$

Donde la última igualdad viene del hecho de que solo se vende en el mercado local, por lo que los valores son los calculados en la parte (a).