

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #7 MA34B

Profesor: Julio Deride, Auxiliar: Gonzalo Contador.

P1. Se quiere comparar el ingreso de hombres casados con los de sus mujeres. Para esto, se considera una muestra aleatoria de n parejas, y se definen las variables aleatorias X_i e Y_i representando los sueldos respectivos de marido y mujer de la pareja i , en miles de pesos. De la muestra, se obtienen los siguientes datos y estimadores bajo el método de máxima verosimilitud

$$\bar{X} = 528.57, \bar{Y} = 514.6, s_x^2 = 78596, s_y^2 = 77070, cov_{XY} = 77423 = \sum_i (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

a) Estime la correlación entre los sueldos de una pareja. Interprete el resultado obtenido.

b) Se define la variable $d_i = X_i - Y_i$. Asumiendo la normalidad de los ingresos y la igualdad de las varianzas, de la distribución de \bar{d} y estime su media y varianza.

c) Plantee y decida, para un error de tipo I de 0.05, el test que considera la hipótesis nula de igualdad de los sueldos contra la hipótesis de que los hombres tienen mayores sueldos que sus mujeres.

P2. Se dice que una v.a. pertenece a la familia exponencial si, dado un parámetro θ , su función de densidad se puede escribir de la forma

$$f(x) = a(x)b(\theta)\exp\{c(x)d(\theta)\}$$

a) Pruebe que si X pertenece a la familia exponencial y d es función creciente, entonces para un par de valores $\theta_0 < \theta_1$ la región de rechazo del test $H_0 : \theta = \theta_0$ vs $H_1 : \theta = \theta_1$ tiene la forma

$$R = \left\{ \sum_{i=1}^n c(X_i) > K \right\}$$

b) Considere una muestra de tamaño n de $X \sim \text{Beta}(\theta, 1)$. De la región crítica del test más potente para el test $H_0 : \theta = 1$ vs $H_1 : \theta = 2$.

c) Sea X v.a. positiva con densidad $f(x) = (\theta + 1)x^\theta$. Se toma una sola muestra y se obtiene $X = 0,63$. Dé la función de potencia del test con las mismas hipótesis que en b)

P3. Una destiladora de Ron le ha encargado que consulte entre sus amigos la percepción que tienen sobre los posibles nombres de su nuevo producto, para ver si existe una relación entre nombre y percepción del consumidor objetivo. En la tabla se presentan las frecuencias obtenidas en la encuesta

	<i>Habana</i>	<i>Apagateles</i>	<i>Corsario</i>	<i>TOT</i>
<i>Fuerte</i>	24	46	10	80
<i>Barato</i>	6	30	36	72
<i>Caro</i>	46	2	4	52
<i>Vulgar</i>	8	64	14	86
<i>TOT</i>	84	142	64	290

Decida, a un nivel de significación de 5%, si existe una relación entre nombre del producto y percepción del consumidor.

P4. Se consideran los datos entregados por una comisaría sobre el número de accidentes protagonizados por conductores ebrios cada noche en un seguimiento que duró 200 días. Los resultados se adjuntan en la tabla

<i>accidentes</i>	0	1	2	3	4	5	6	7	<i>total</i>
<i>noches</i>	10	22	49	54	30	16	15	4	200

Dé el número promedio de accidentes por noche estimado. Decida, a un nivel de significación de 5%, si el número de accidentes por noche sigue una distribución de Poisson.