

## PAUTA EJERCICIO N°4 CI52R PRIMAVERA 2007

Calculó: Javier Carrasco Catalán

Fecha: 12-10-2007

Tonf := 1000kgf

### 1. Características de los Materiales

$$F_y := 2.53 \frac{\text{Tonf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Tensión de fluencia acero ASTM A36}$$

$$E := 2100 \frac{\text{Tonf}}{\text{cm}^2} \quad \text{Módulo de elasticidad acero}$$

### 2 Propiedades Geométricas

#### IN40x43.2 (LA CONSIDERO SOLDADA)

$$H := 400\text{mm} \quad \text{Altura sección}$$

$$I_y := 1070\text{cm}^4 \quad \text{Inercia Eje débil}$$

$$B := 200\text{mm} \quad \text{Ancho ala}$$

$$W_y := 107\text{cm}^3 \quad \text{Módulo sección eje débil}$$

$$e := 8\text{mm} \quad \text{Espesor ala}$$

$$r_y := 4.40\text{cm} \quad \text{Radio de giro eje débil}$$

$$t := 6\text{mm} \quad \text{Espesor alma}$$

$$J_x := 9.65\text{cm}^4 \quad \text{Inercia Torsional}$$

$$A_g := 55\text{cm}^2 \quad \text{Área}$$

$$C_w := 410000\text{cm}^6 \quad \text{Constante de alabeo}$$

$$I_x := 15100\text{cm}^4 \quad \text{Inercia Eje Fuerte}$$

$$W_x := 756\text{cm}^3 \quad \text{Módulo de la sección eje fuerte}$$

$$r_x := 16.6\text{cm} \quad \text{Radio de giro eje fuerte}$$

Debo calcular  $Z_x$

$$Z_x := 2 \cdot \left[ B \cdot e \cdot \left( \frac{H}{2} - \frac{e}{2} \right) + \left( \frac{H}{2} - e \right) \cdot t \cdot \frac{\frac{H}{2} - e}{2} \right] \quad Z_x = 848 \text{ cm}^3$$

#### 2.1 Determinación del caso aplicar diseño a flexión (pandeos locales a flexión)

Ala

$$\lambda_f := \frac{B}{2 \cdot e}$$

$$\lambda_f = 12.5$$

Esbeltez ala

$$\lambda_{pf} := 0.38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_{pf} = 10.948$$

Esbeltez compacta ala doble T

$$k_c := \frac{4}{\sqrt{\frac{H - 2 \cdot e}{t}}}$$

$$k_c = 0.5$$

ok

$$\lambda_{rf} := 0.95 \sqrt{\frac{E \cdot k_c}{0.7 F_y}}$$

$$\lambda_{rf} = 23.132$$

Esbeltez compacta ala doble T

El ala es **NO COMPACTA**

### Alma

$$\lambda_w := \frac{H - 2 \cdot e}{t}$$

$$\lambda_w = 64$$

Esbeltez alma

$$\lambda_{pw} := 3.76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_{pw} = 108.327 \quad \text{Esbeltez compacta alma doble T}$$

El alma es **COMPACTA**

### **CASO F3**

#### **3. Determinación de la carga última en el caso en que sólo en los apoyos se restringe el volcamiento de la viga**

$$L := 10500 \text{ mm}$$

Luz de la viga

Necesito tener el diagrama de momentos y calcular  $C_b$

$$M(q_u, x) := \frac{3 \cdot q_u \cdot L}{8} \cdot x - \frac{q_u \cdot x^2}{2}$$

Diagrama de momentos en función de  $q_u$  a determinar y de la posición

Para calcular  $C_b$  tengo que calcular el momento en las siguientes posiciones. Para efectos de calcular  $C_b$  tomare  $q_u = 1 \text{ Tonf/m}$

$$x_a := \frac{L}{4} \quad x_a = 2.625 \text{ m}$$

$$M_a := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_a \right) \right| \quad M_a = 6.891 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_b := \frac{L}{2} \quad x_b = 5.25 \text{ m}$$

$$M_b := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_b \right) \right| \quad M_b = 6.891 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_c := 3 \cdot \frac{L}{4} \quad x_c = 7.875 \text{ m}$$

$$M_c := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_c \right) \right| \quad M_c = 5.936 \times 10^{-15} \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$M_{\max} := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, L \right) \right|$$

$$M_{\max} = 13.781 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$C_b := \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 \cdot M_a + 3 M_b + 4 M_c + 3 M_c}$$

$$C_b = 2.632 < 3 \quad \text{OK}$$

### 3.1 Estado límite N°1: Volcamiento

En este caso controla la longitud entre los apoyos como la mayor longitud de volcamiento

$$L_v := L \quad L_v = 10500 \text{ mm} \quad \text{Longitud de volcamiento}$$

$$L_p := 1.76 \cdot r_y \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad L_p = 2231 \text{ mm}$$

$$r_{ts} := \sqrt{\frac{I_y \cdot C_w}{W_x}} \quad r_{ts} = 52.636 \text{ mm}$$

$$L_r := 1.95 \cdot r_{ts} \cdot \frac{E}{0.7 \cdot F_y} \cdot \sqrt{\frac{J}{W_x \cdot (H - e)}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \cdot \left[ \frac{0.7 \cdot F_y \cdot W_x \cdot (H - e)}{E \cdot J} \right]^2}} \quad L_r = 6137 \text{ mm}$$

En este caso se tiene que  $L_v < L_r$  por lo cual para calcular el volcamiento se aplica lo siguiente

$$M_{n1} := C_b \cdot \frac{W_x \cdot \pi^2 \cdot E}{\left( \frac{L_v}{r_{ts}} \right)^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{0.078 \cdot J}{W_x \cdot (H - e)} \cdot \left( \frac{L_v}{r_{ts}} \right)^2} \quad M_{n1} = 14.693 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$M_p := Z_x \cdot F_y \quad M_p = 21.464 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Momento plástico}$$

En este caso se tiene que  $M_{n1} < M_p$  ok

### 3.2 Estado límite N°2: Pandeo Local del Ala a Compresión

Como tenemos un ala NO COMPACTA, Aplica lo siguiente:

$$M_{n2} := \left[ M_p - (M_p - 0.7 \cdot F_y \cdot W_x) \cdot \frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right] \quad M_{n2} = 20.435 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

Luego la resistencia nominal de la viga es siempre la menor de todas las resistencias nominales que se obtienen de los estados límites

$$M_n := \min(M_{n1}, M_{n2}) \quad M_n = 14.693 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Resistencia nominal de diseño}$$

$$\phi := 0.9 \quad \text{Factor de reducción de resistencia de diseño (LRFD)}$$

$$\phi \cdot M_n = 13.224 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Resistencia de diseño}$$

Ahora tenemos que imponer que  $FU=1$  y determino el valor de  $q_u$

$$q_u := 0.5 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}} \quad \text{Dato para resolver la ecuación}$$

Given

$$|M(q_u, L)| = \phi \cdot M_n$$

$$q_u := \text{Find}(q_u) \quad \boxed{q_u = 0.96 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}} \quad q_u \text{ max a aplicar en el caso de tener la luz de volcamiento igual a la luz entre apoyos}$$

#### 4. Determinación de la carga última en el caso de tener restricción al volcamiento en los apoyos y en el centro de la luz de la viga

Recordemos el diagrama de momentos. Ahora tenemos 2 tramos, uno tiene una carga el doble del otro, pero los  $C_b$  son distintos, no queda claro a priori que tramo controla. Así es que se deben revisar los 2 tramos, al menos el  $C_b$  para decir algo al respecto

$$M(q_u, x) := \frac{3 \cdot q_u \cdot L}{8} \cdot x - \frac{q_u \cdot x^2}{2} \quad \text{Diagrama de momentos en función de } q_u \text{ a determinar y de la posición}$$

Calculamos  $C_b$  en ambos tramos

##### Tramo Izquierdo

Para calcular  $C_b$  tengo que calcular el momento en las siguientes posiciones. Para efectos de calcular  $C_b$  tomare  $q_u=1 \text{ Tonf/m}$

$$x_a := \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad x_a = 1.313 \text{ m} \quad M_a := \left| M \left( 1 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_a \right) \right| \quad M_a = 4.307 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_b := \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} \quad x_b = 2.625 \text{ m} \quad M_b := \left| M \left( 1 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_b \right) \right| \quad M_b = 6.891 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_c := 3 \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{2} \quad x_c = 3.938 \text{ m} \quad M_c := \left| M \left( 1 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_c \right) \right| \quad M_c = 7.752 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$X := 0.5 \text{ m} \quad \text{Dato para encontrar la posición en que ocurre la carga máxima en este tramo}$$

Given

$$0 = \frac{d}{dX} M \left( 1 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, X \right)$$

$$X_{\text{max}} := \text{Find}(X) \quad X_{\text{max}} = 3.938 \text{ m} \quad \text{Posición a la que ocurre el momento máximo en el tramo en estudio}$$

Se tiene que el momento máximo es igual a  $M_c$

$$M_{\max} := M_c$$

$$M_{\max} = 7.752 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$C_b := \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 \cdot M_a + 3 M_b + 4 M_c + 3 M_c}$$

$$C_b = 1.301 < 3 \quad \text{OK}$$

### Tramo Derecho

Para calcular  $C_b$  tengo que calcular el momento en las siguientes posiciones. Para efectos de calcular  $C_b$  tomare  $q_u = 1 \text{ Tonf/m}$

$$x_a := \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{L}{2} \quad x_a = 6.563 \text{ m}$$

$$M_a := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_a \right) \right| \quad M_a = 4.307 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_b := \frac{L}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{L}{2} \quad x_b = 7.875 \text{ m}$$

$$M_b := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_b \right) \right| \quad M_b = 5.936 \times 10^{-15} \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$x_c := 3 \cdot \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{L}{2} \quad x_c = 9.188 \text{ m}$$

$$M_c := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, x_c \right) \right| \quad M_c = 6.029 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$M_{\max} := \left| M \left( 1 \cdot \frac{\text{Tonf}}{\text{m}}, L \right) \right|$$

$$M_{\max} = 13.781 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

$$C_b := \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 \cdot M_a + 3 M_b + 4 M_c + 3 M_c}$$

$$C_b = 4.124 > 3 \quad \text{por lo cual se debe adoptar}$$

$$C_b := 3$$

Pensemos un poco. Se tiene en el tramo izquierdo una carga max que sería la de diseño de ese tramo, y que es practicamente la mitad de la carga max del otro tramo. Por otro lado,  $C_b$  del tramo izquierdo es mucho menor que el de la derecha, por lo cual claramente controla el diseño el tramo izquierdo

### 4.1 Estado límite N°1: Volcamiento

En este caso controla la longitud entre los apoyos como la mayor longitud de volcamiento

$$L_v := \frac{L}{2}$$

$$L_v = 5250 \text{ mm} \quad \text{Longitud de volcamiento}$$

$$L_p := 1.76 \cdot r_y \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$L_p = 2231 \text{ mm}$$

$$r_{ts} := \sqrt{\frac{I_y \cdot C_w}{W_x}}$$

$$r_{ts} = 52.636 \text{ mm}$$

$$L_r := 1.95 \cdot r_{ts} \cdot \frac{E}{0.7 \cdot F_y} \cdot \sqrt{\frac{J}{W_x \cdot (H - e)}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \cdot \left[ \frac{0.7 \cdot F_y \cdot W_x \cdot (H - e)}{E \cdot J} \right]^2}}$$

$$L_r = 6137 \text{ mm}$$

En este caso se tiene que  $L_p < L_v < L_r$  por lo cual para calcular el volcamiento se aplica lo siguiente

$$M_p := Z_x \cdot F_y \quad M_p = 21.464 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Momento plástico}$$

$$C_b := 1.301 \quad \text{Es el } C_b \text{ del tramo izquierdo}$$

$$M_{n1} := C_b \cdot \left[ M_p - (M_p - 0.7 \cdot F_y \cdot W_x) \cdot \frac{L_v - L_p}{L_r - L_p} \right] \quad M_{n1} = 19.804 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

En este caso  $M_p < M_{n1}$  OK

#### 4.2 Estado límite N°2: Pandeo Local del Ala a Compresión

Como tenemos un ala NO COMPACTA, Aplica lo siguiente:

$$M_{n2} := \left[ M_p - (M_p - 0.7 \cdot F_y \cdot W_x) \cdot \frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_{rf} - \lambda_{pf}} \right] \quad M_{n2} = 20.435 \text{ Tonf} \cdot \text{m}$$

Luego la resistencia nominal de la viga es siempre la menor de todas las resistencias nominales que se obtienen de los estados límites

$$M_n := \min(M_{n1}, M_{n2}) \quad M_n = 19.804 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Resistencia nominal de diseño}$$

$$\phi := 0.9 \quad \text{Factor de reducción de resistencia de diseño (LRFD)}$$

$$\phi \cdot M_n = 17.824 \text{ Tonf} \cdot \text{m} \quad \text{Resistencia de diseño}$$

Ahora tenemos que imponer que  $F_U=1$  y determino el valor de  $q_u$

$$q_u := 0.5 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}} \quad \text{Dato para resolver la ecuación}$$

Given

$$|M(q_u, L)| = \phi \cdot M_n$$

$$q_u := \text{Find}(q_u) \quad q_u = 1.293 \frac{\text{Tonf}}{\text{m}} \quad q_u \text{ max a aplicar en el caso de tener la luz de volcamiento igual a la mitad de la luz entre apoyos}$$

**FIN**

