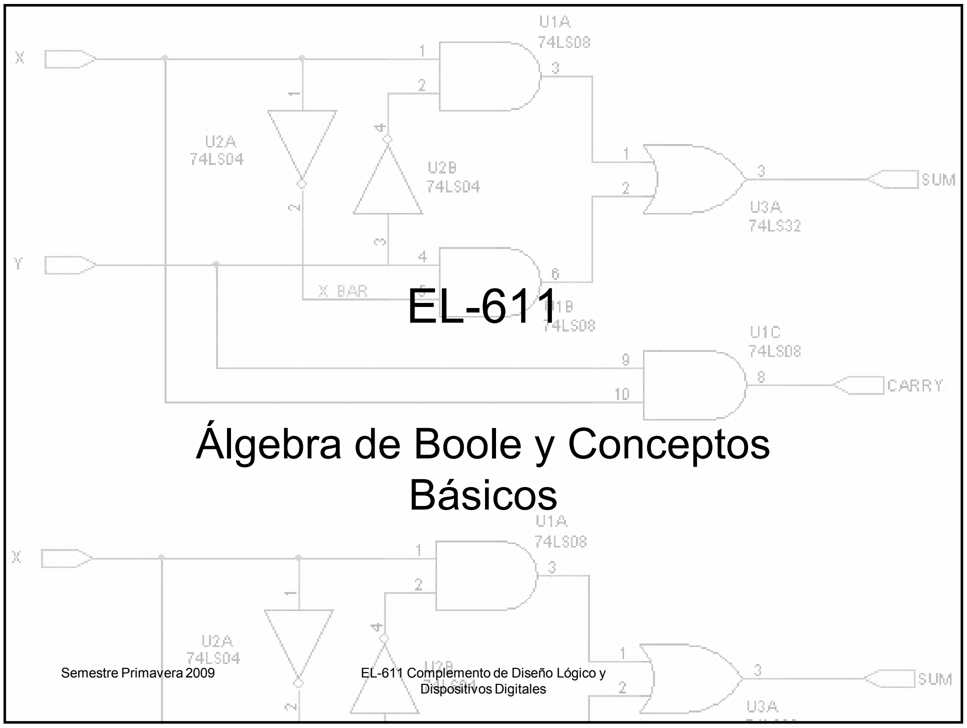

EL-611

Álgebra de Boole y Conceptos Básicos

Álgebra de Boole (1)

Un Álgebra *Booleana* es un conjunto de elementos *B* con dos operaciones binarias (+) y (•), satisfaciendo los siguientes postulados o axiomas:

1. Si a, b Є B, entonces:

   (i) a + b = b + a

   (ii) a • b = b • a

   esto es, + y • son ***Conmutativos***
2. Si a, b, c Є B, entonces:

   (i) a + (b • c) = (a + b) • (a + c)

   (ii) a • (b + c) = (a • b) + (a • c)

   esto es, +(•) es ***Distributiva*** sobre •(+)

Álgebra de Boole (2)

3. El conjunto *B* tiene dos ***elementos identidad*** diferentes, denominados como 0 y 1, de tal manera que para cada elemento en *B*:

   (i) a + 0 = 0 + a = a

   (ii) a • 1 = 1 • a = a

   Estos elementos 0 y 1 son el *elemento identidad aditivo* y el *elemento identidad multiplicativo*, respectivamente. No confundir con los enteros 0 y 1

4. Para cada elemento a Є *B*, existe un elemento a’, llamado ***complemento***, tal que:

   (i) a + a’ = 1

   (ii) a • a’ = 0

Teoremas

- *Teorema A.1* (***Principio de Dualidad***)
  Toda identidad algebraica deducible de los postulados del Algebra de Boole permanecen válidas si:
  - Se intercambian las operaciones (+) y (•), y
  - Se intercambian los elementos identidades 0 y 1
- *Teorema A.2*
  Todo elemento en *B* tiene un ***único*** complemento
- *Teorema A.3*
  Para cualquier a Є *B* se tiene:

  (1) a + 1 = 1

  (2) a • 0 = 0

Teoremas

- *Teorema A.4*
  El complemento del elemento 1 es 0 y vice versa:
  (1) 0’ = 1
  (2) 1’ = 0
- *Teorema A.5 (**Ley de Idempotencia**)*
  Para cualquier a Є *B* se tiene:
  (1) a + a = a
  (2) a • a = a
- *Teorema A.6 (**Ley de Involución**)*
  Para todo a Є *B* se tiene:
  (a’)’ = a
- *Teorema A.7 (**Ley de Absorción**)*
  Para cada par de elementos a y b en *B:*
  (1) a + a • b = a
  (2) a • (a + b) = a

Teoremas

- *Teorema A.8*
  Para cada par de elementos a y b en *B:*
  (1) a + a’ • b = a + b
  (2) a • (a’ + b) = a • b
- *Teorema A.9 (**Asociatividad**)*
  En un Álgebra Booleana, cada una de las operaciones (+) y (•) es asociativa. Esto es, para cada a, b, c Є *B* se tiene:
  (1) a + (b + c) = (a + b) + c
  (2) a • (b • c) = (a • b) • c
- *Teorema A.10 (**Ley de DeMorgan**)*
  Para cada par de elementos a y b en *B:*
  (1) (a + b)’ = a’ • b’
  (2) (a • b)’ = a’ + b’
- *Teorema A.11* (***Generalización Ley de DeMorgan***)
  (1) (a + b + … + c + d)’ = a’ • b’ … c’ • d’
  (2) (a • b • … c • d)’ = a’ + b’… c’ + d’
- *Teorema A.12*
  El Álgebra de Switching es un Álgebra de Boole

Algebra de Switching

- Es un sistema algebraico que es utilizado para describir funciones de switching por medio de expresiones de switching
- Análogo a las funciones aritméticas con el álgebra común
- El Álgebra de Switching consiste de un conjunto de dos elementos 0 y 1, y dos operaciones *AND* y *OR* definidas como sigue:

AND	0	1
0	0	0
1	0	1

OR	0	1
0	0	1
1	1	1

Conceptos Básicos

- Formas Canónicas
  - Término Producto --------- Minitérmino
  - Término Suma ------------ Maxitérmino

$$f(x,y,z) = \overline{x}\overline{y}\overline{z} + \overline{x}y\overline{z} + \overline{x}yz + xy\overline{z} + xyz$$
$$f(x,y,z) = (\overline{x}+\overline{y}+\overline{z})(\overline{x}+y+\overline{z})(\overline{x}+y+z)(x+y+\overline{z})(x+y+z)$$

  Suma de Productos Canónica o Expresión Normal Disjunta
  Productos de Suma Canónica o Expresión Normal Conjuntiva
- Teorema de Shannon
  f(x1, x2, … ,xn) = x1• f1(1, x2, x3, … , xn) + x1’ • f0(0, x2, x3, … , xn)
  y así sucesivamente para las demás variables

Conceptos Básicos

- **Implicantes**

  f(x1, x2, … ,xn) ***cubre a*** g(x1, x2, …,xn) si asume el valor 1 cuando g lo hace

  Si f *cubre a* g y g *cubre a* f, entonces f y g son equivalentes

  Si f es una función y h un producto de literales y si f *cubre a* h, entonces h *implica a* f o h es un ***implicante*** de f

  Ej. f = wx + yz; h = wxy' es un *implicante* de f

Conceptos Básicos

- **Implicantes Primos o Primarios**

  Un implicante primo *p* de una función *f* es un término producto el cual es cubierto por *f* de tal manera que al borrar cualquier literal de *p* resulta un término producto nuevo, no cubierto por *f*.

  Ej. f = x'y + xz + y'z ; h = x'y es un *implicante primo* de *f* porque ni *x'* ni *y* implican a *f* independientemente.

- **Implicante Primo Esencial**

  Cubre al menos un minitérmino y no es cubierto por ningún otro implicante primo de la función

- **Funciones Parcialmente Especificadas**

  f(x, y, z) = f(x, y, z) + φ(x, y, z)