Ejercicio N°2

FI1002-6

a)

$$I = I_{anillo} + I_{barra}$$

$$I_{anillo} = \frac{MR^2}{2} \qquad\qquad I_{barra} = I_{CM} + Md^2$$

donde d es la distancia del eje del giro al centro de masa de la barra $\Rightarrow d = 2R$

$$\Rightarrow I_{barra} = \frac{M(2R)^2}{12} + M4R^2 = \frac{13MR^2}{3}$$

$$\Rightarrow I = \frac{MR^2}{2} + \frac{13MR^2}{3} = \frac{29MR^2}{6}$$

Notar que el teorema de Steiner sólo funciona cuando se conoce la inercia de giro con respecto al centro de masa, no respecto a cualquier punto (es por esto que si se utiliza $I = \frac{ML^2}{3} + MR^2$ no da el mismo valor).

b)

a.- El centro de masa del sistema se encuentra en el punto de unión entre el aro y la barra, por lo que concentraremos la masa (2M) en ese punto para calcular la energía potencial. El potencial 0 lo definiremos en el punto más bajo de la trayectoria.

$$E_{inicial} = mgh = (2M)g(2R) = 4MRg$$

$$E_{final} = \frac{I\omega^2}{2}$$

No existe el término $\frac{mv^2}{2}$ ya que el centro de masa sólo está rotando, no está trasladándose (al menos un punto del sistema permance fijo). Conservando la energía:

$$E_{incial} = E_{final}$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{8MRg}{I} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{48g}{29R}}$$

b.- La velocidad tangencial en un punto P está dada por $v_{tangencial} = \omega d$ donde d es la distancia desde el punto P hasta el eje de giro. Luego la velocidad del centro de masa será $v_{CM} = \omega R$, mientras que la del punto p será $v_p = \omega(3R)$, se concluye que $v_p = 3v_{CM}$

c.- Si el eje de giro pasara por el centro de masa, al moverse el sistema no habría variación en la energía potencial, por lo que no adquiriría energía cinética, por lo tanto $\omega = 0$