FI1002 Sistemas Newtonianos

Judit Lisoni

Sección 6

Unidad 5A Oscilaciones

Contenidos

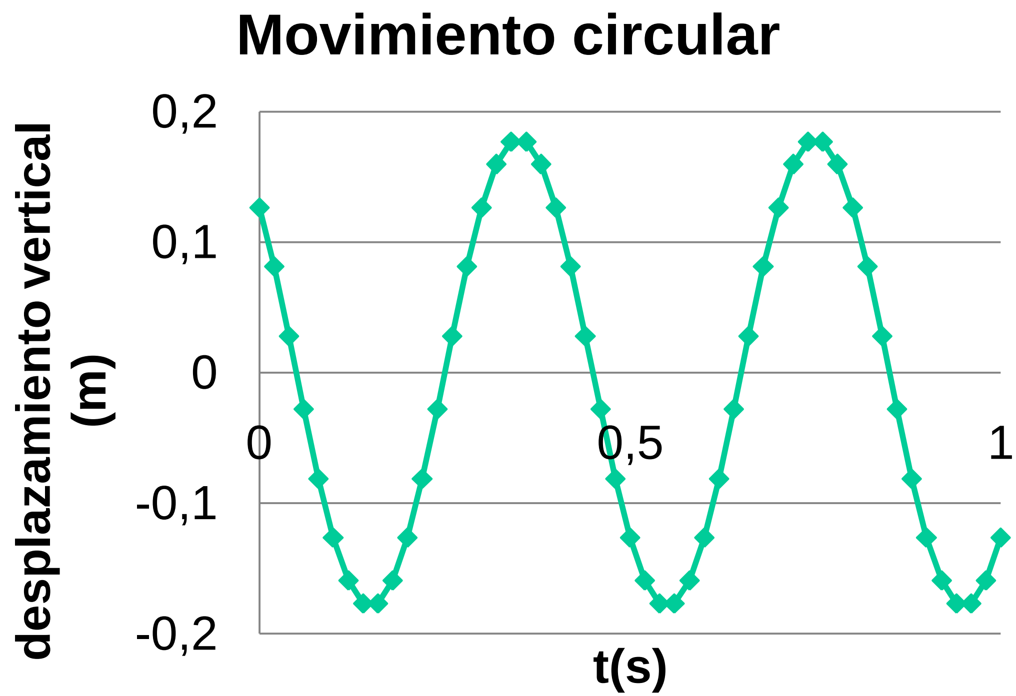
Movimiento armónico simple (MAS)

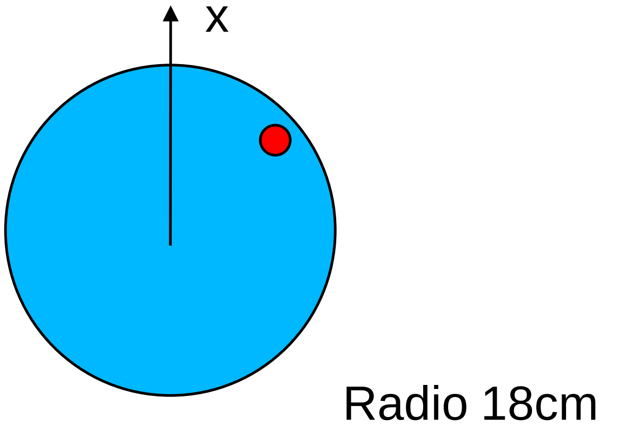
1. Introducción

2. Descripción matemática de un movimiento sinusoidal

3. MAS

Movimiento circular uniforme

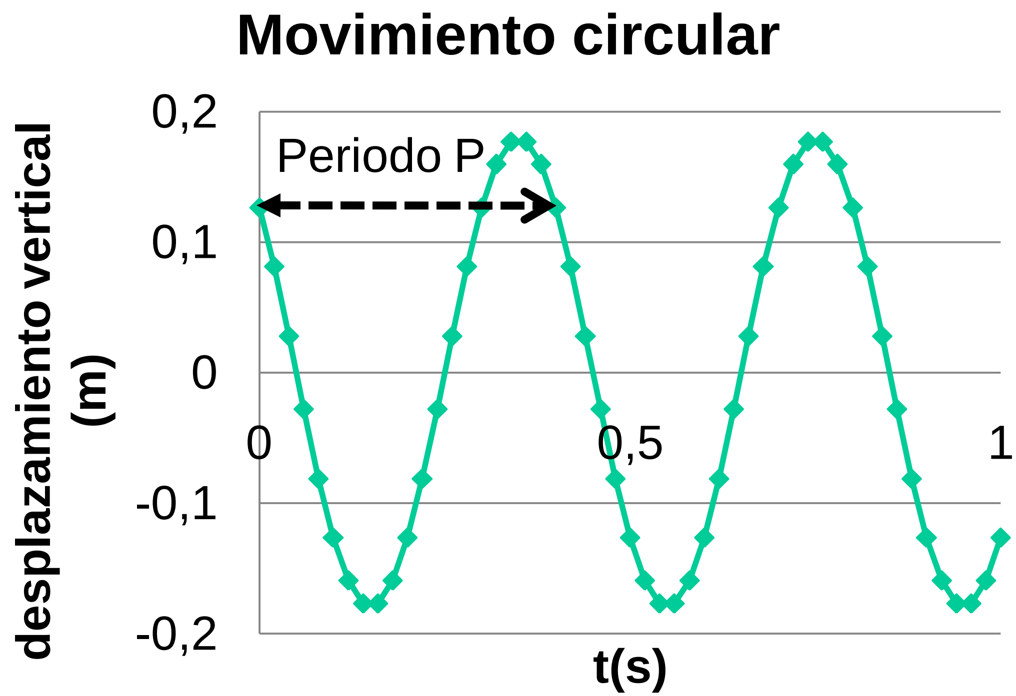


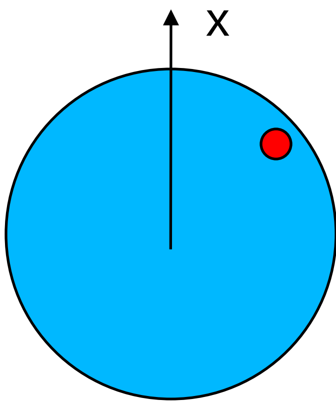


D:\Movies\SloRot.mov

Movimiento circular uniforme

El disco rota con una velocidad angular constante



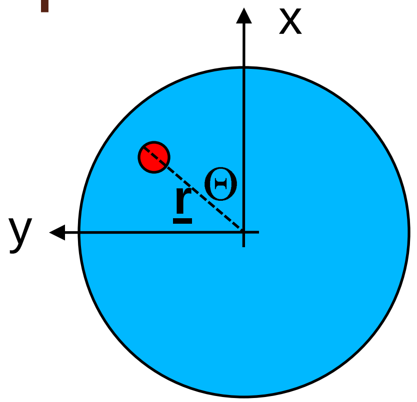


Frecuencia=f= no. de oscilaciones en un cierto periodo de tiempo
En este caso f=2.5=número de ciclos/segundo

1 hertz=1 Hz = 1 ciclo/segundo = 1 oscilación/segundo

P=1/f

Ecuación que describe el movimiento sinusoidal



$$X = r\cos(\Theta)$$
$$Y = r\mathrm{sen}(\Theta)$$

El disco rota con una velocidad angular ω constante

t=0 s → posición inicial angular Θ_0

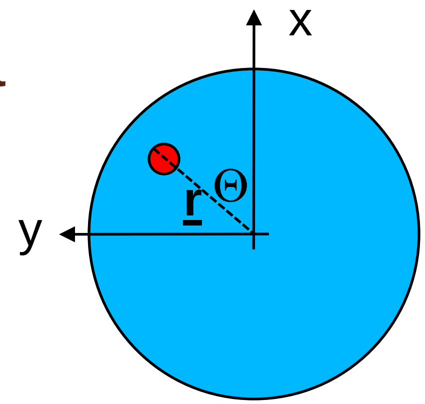
$$\mathbf{\Theta(t) = \Theta_o + \omega t}$$

¿Cómo cambia la posición x cuando el circulo va rotando? en forma sinusoidal

X (desplazamiento relativo al origen) puede ser descrito por una función sinusoidal ya sea seno o coseno

$\boxed{X(t) = X\cos(\Theta_o + \omega t) \text{ con } X,\ \omega \text{ y } \Theta_0 \text{ constantes}}$

Terminología



$X = r\cos(\Theta)$
$Y = r\,\mathrm{sen}(\Theta)$

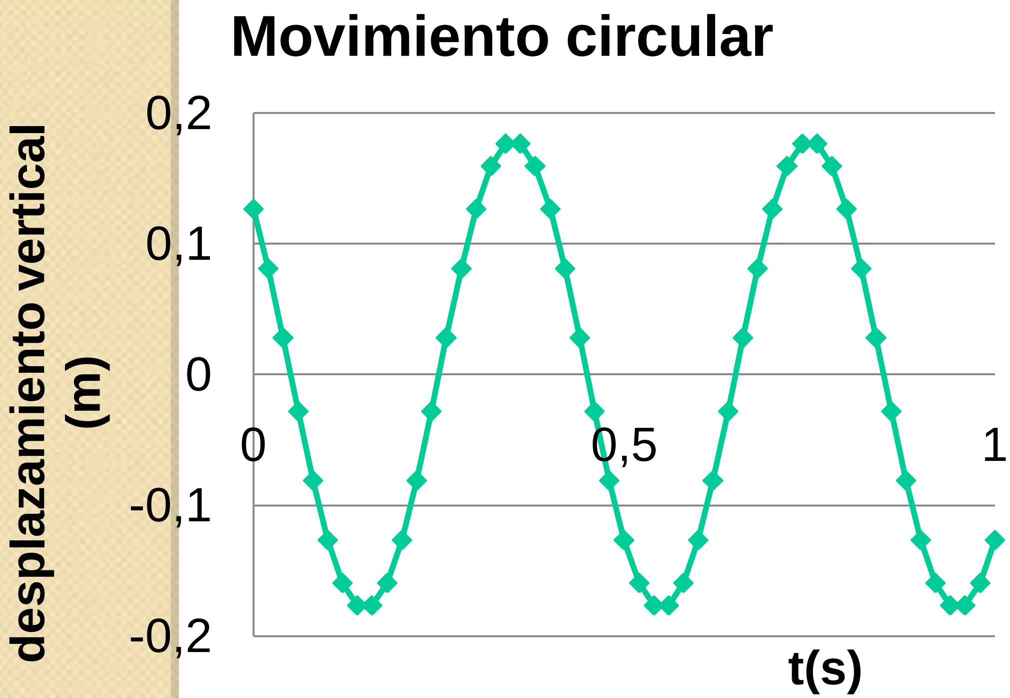
$X(t) = X\cos(\Theta_o + \omega t)$ con X, ω y Θ_0 constantes

$X(t) = X\,\mathrm{sen}(\Theta'_o + \omega t)$ con $\Theta'_o = \Theta_o + \pi/2$

X=amplitud o máximo desplazamiento

Θ_0=fase inicial, constante de fase o ángulo de fase → $x(t=0s)$
Nos ayuda a determinar la velocidad angular inicial
$\Theta(t) = \omega t + \Theta_o$ → fase dependiente del tiempo

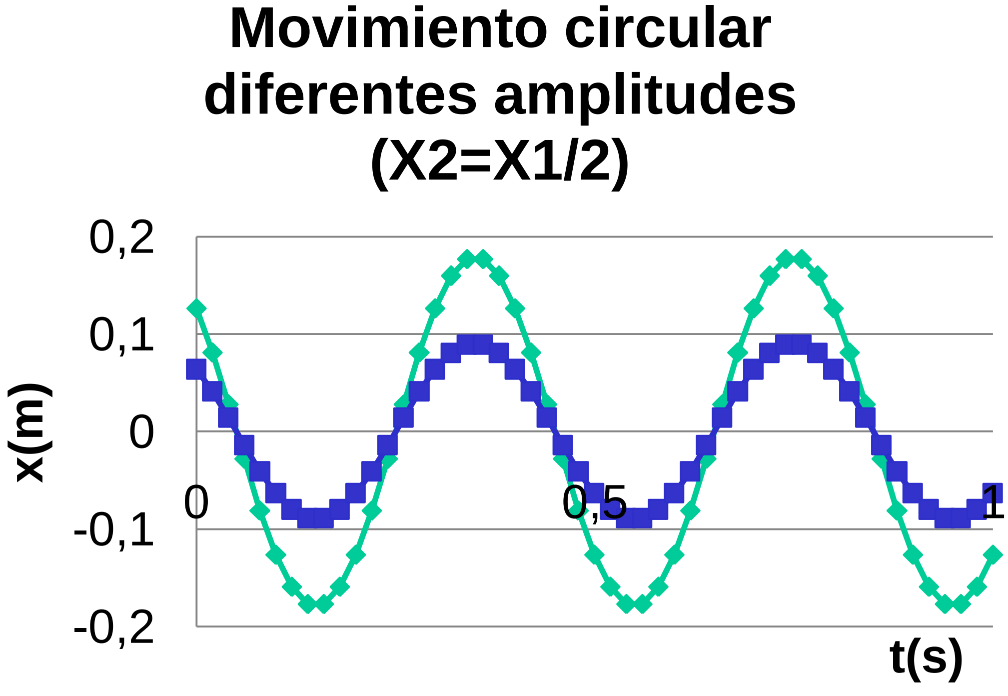
ω=frecuencia angular del movimiento
1 Periodo P → giro 2π
$\omega = 2\pi/P$ y $P = 1/f$ → $\omega = 2\pi f$

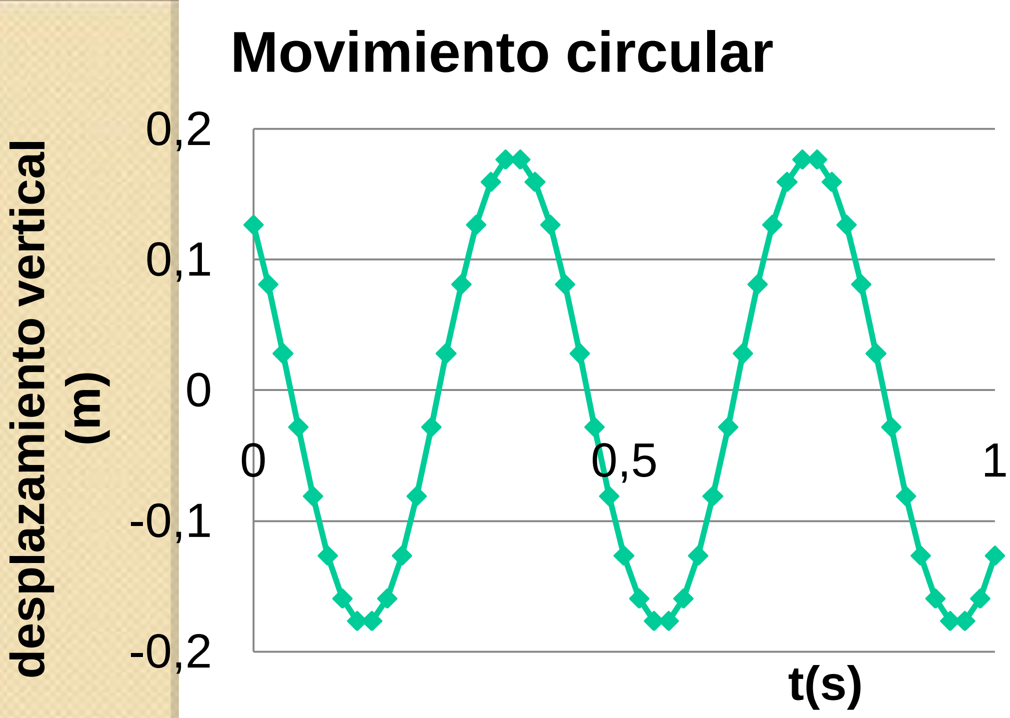


$X(t) = X\cos(\Theta_o + \omega t)$

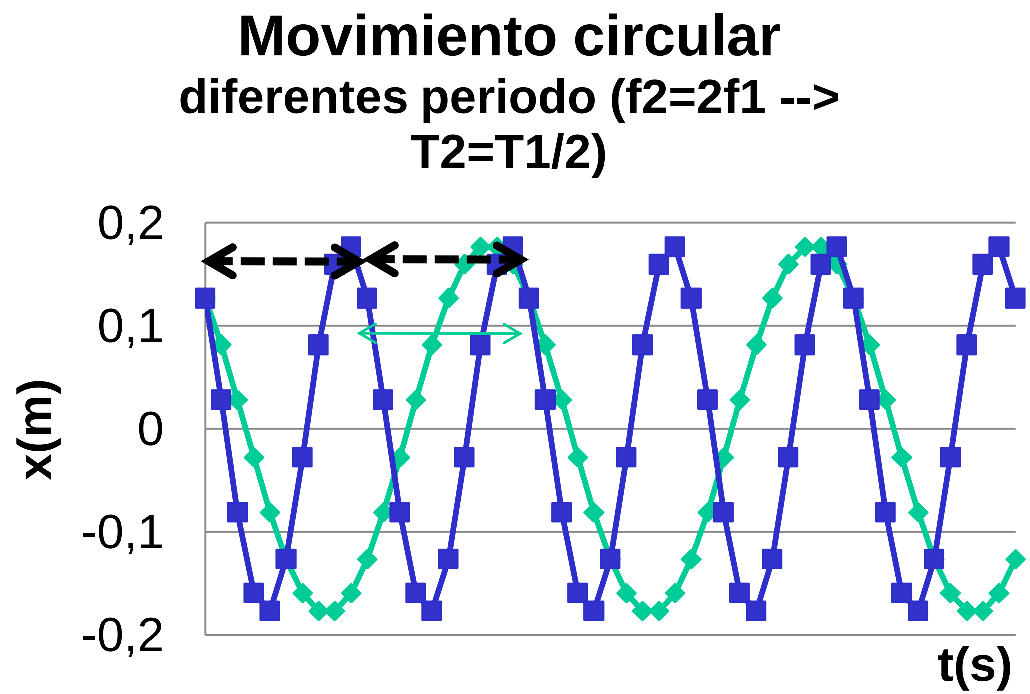
$X = 0.18\text{m}$

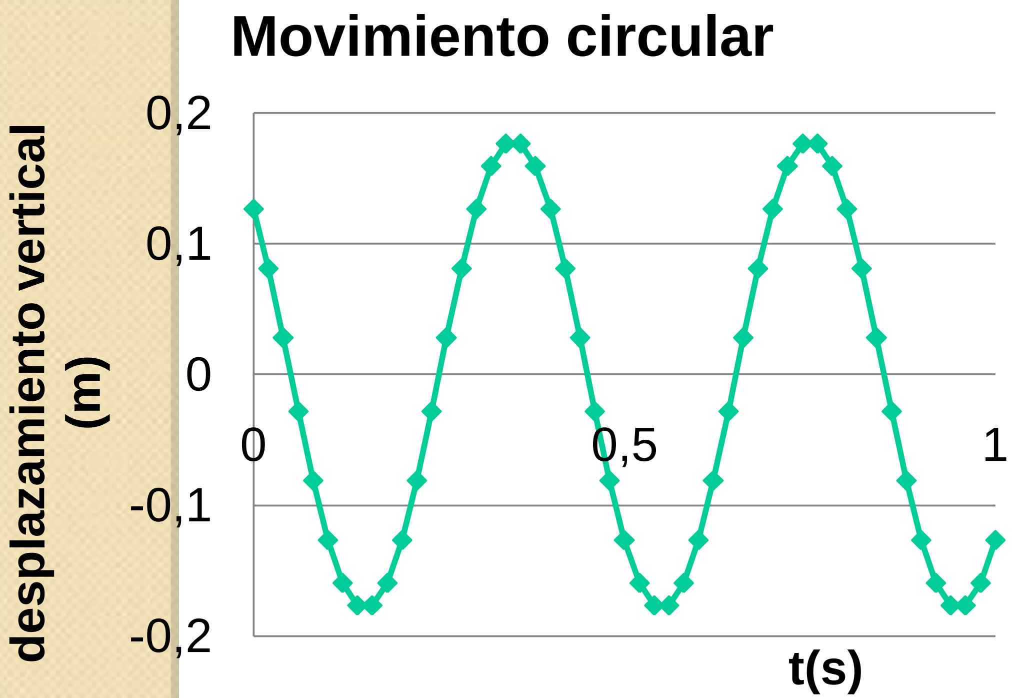
$f = 2.5\ s^{-1}$



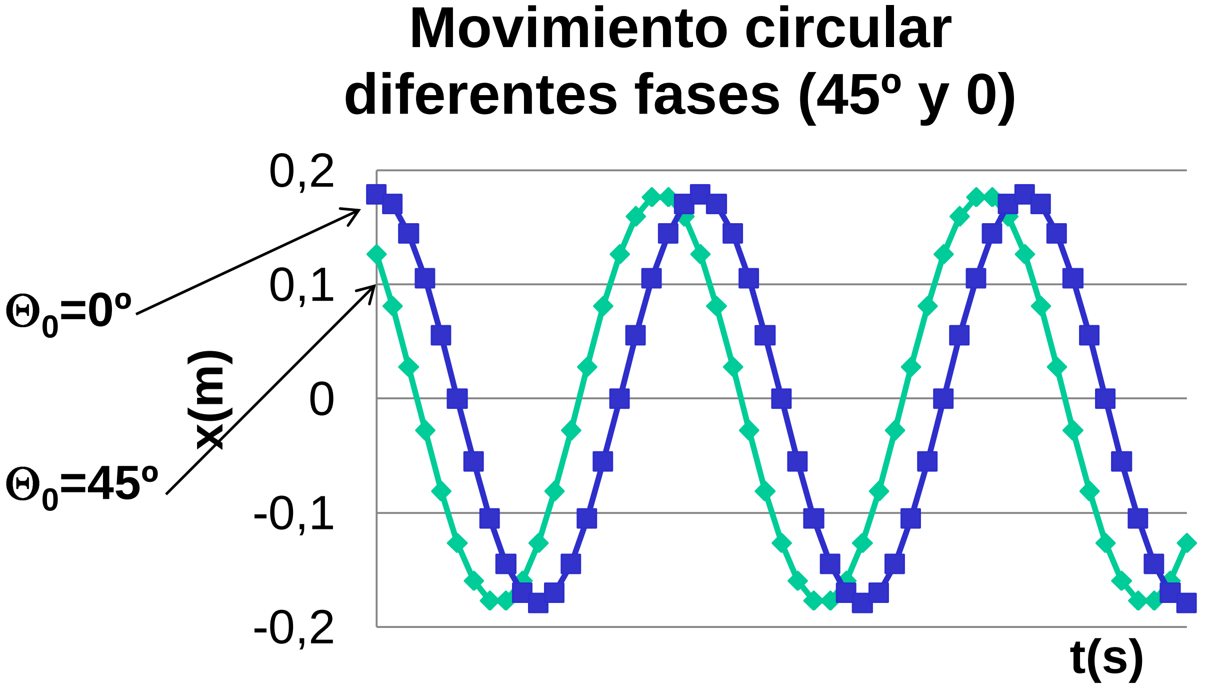


$X(t)=X\cos(\Theta_o+\omega t)$



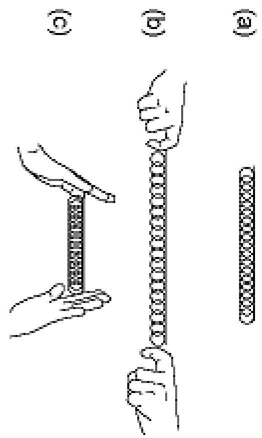


$X(t)=X\cos(\Theta_o+\omega t)$

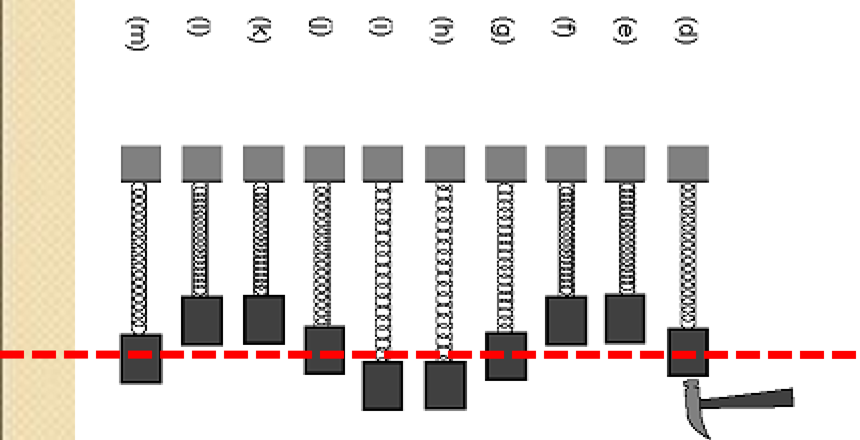


Movimiento armónico simple (MAS)

el resorte: sistema modelo



Una masa ligada a un resorte se moverá en forma sinusoidal



Posición de equilibrio

Desarrollo teórico

$$F_{neta} = ma_x = -Kx$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -Kx$$

$$\boxed{\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0}$$

Qué sucede si aplicamos la primera y segunda derivada a la ecuación **$X(t)=X\cos(\Theta_o+\omega t)$?**

$$\dot{x} = -X\omega sen(\theta_0 + \omega t)$$

$$\ddot{x} = (-X\omega sen(\theta_0 + \omega t))^{\bullet} = -X\omega^2 \cos(\theta_0 + \omega t)$$

$$\boxed{\ddot{x} = -\omega^2 x}$$

Desarrollo teórico

x(t)=Xcos(Θ$_o$+ωt)

$$F_{neta} = ma_x = -Kx$$

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = -Kx$$

$$\ddot{x} + \frac{K}{m}x = 0$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$\boxed{P = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Periodo de oscilación de la masa m conectada al resorte de constante INDEPENDIENTE de la amplitud

Velocidad y aceleración de un MAS

x(t)=Xcos(Θ$_o$+ωt)

$$\dot{x} = -X\omega sen(\theta_0 + \omega t)$$ velocidad

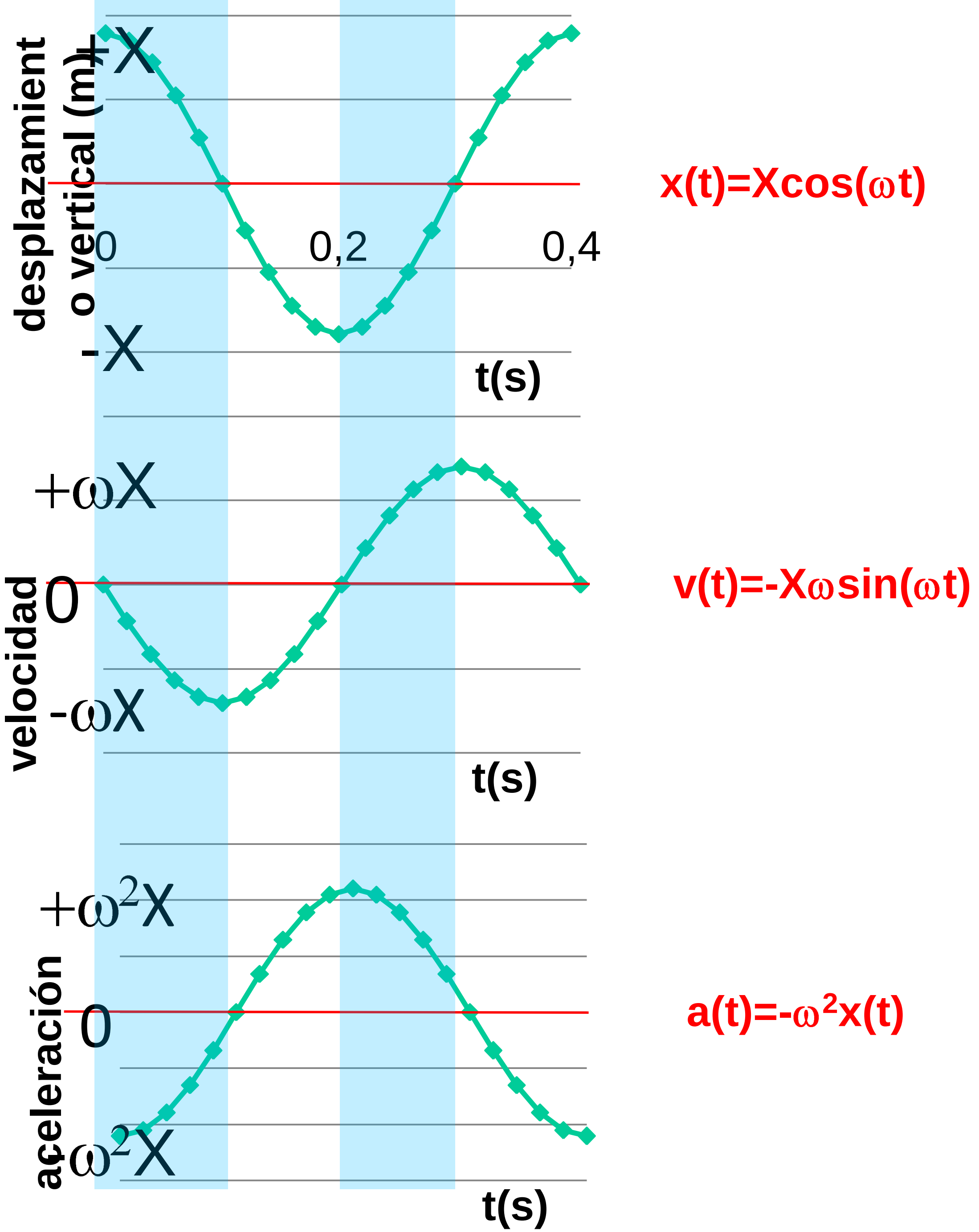
$$\ddot{x} = -X\omega^2 \cos(\theta_0 + \omega t) = -\omega^2 x(t)$$ aceleración

En un MAS la aceleración es proporcional al desplazamiento, pero opuesto en signo. La constante de proporcionalidad es la frecuencia angular, que para el caso de un resorte sería $\sqrt{k/m}$

En un periodo de oscilación

Lo que hace el resorte

Se ha considerado la fase cero

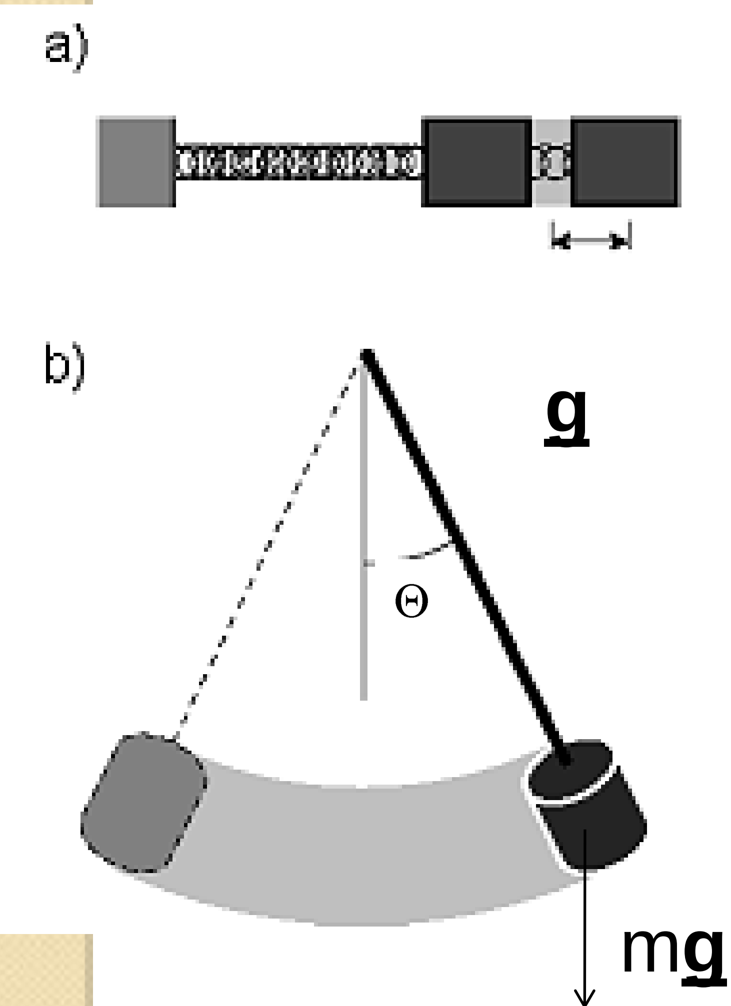


¿Serán todos los movimientos sinusoidales movimientos armónicos simples?

NO

periodo (frecuencia angular) no es necesariamente independiente de la amplitud del movimiento

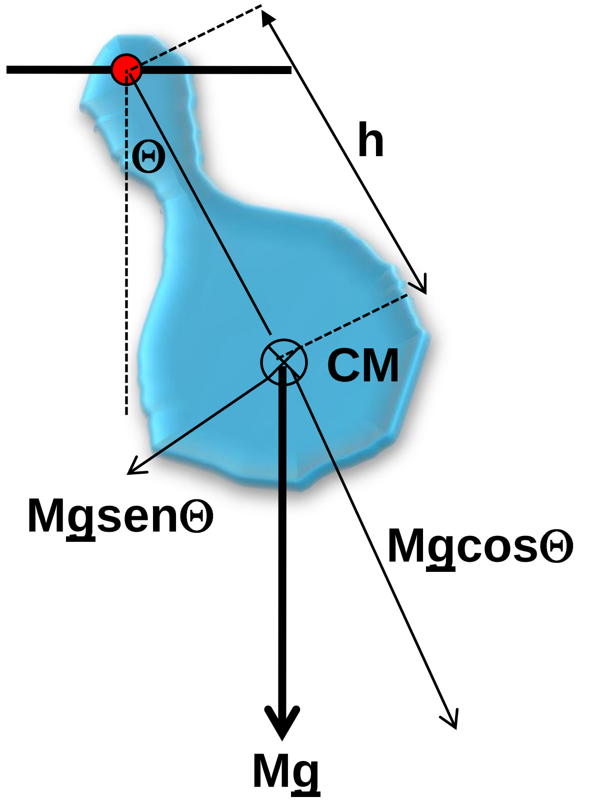
Movimiento armónico simple (MAS)
el péndulo: la gravedad como fuerza restauradora



Péndulo:
-La cuerda tiene un largo L y una masa pequeña comparado a la masa de la partícula
-La cuerda no se estira

¿Es el movimiento del péndulo un MAS cuando se hace oscilar? Y si es así, de que parámetros depende el periodo de oscilación?

Desarrollo teórico



$$\tau_z = -Lmgsen\theta = I\alpha_z$$

$$\theta \approx 0$$

$$sen\theta = \frac{x}{L} \approx \frac{s}{L} = \theta$$

$$\alpha_z = -\frac{mgL\theta}{I} = \ddot{\theta}$$

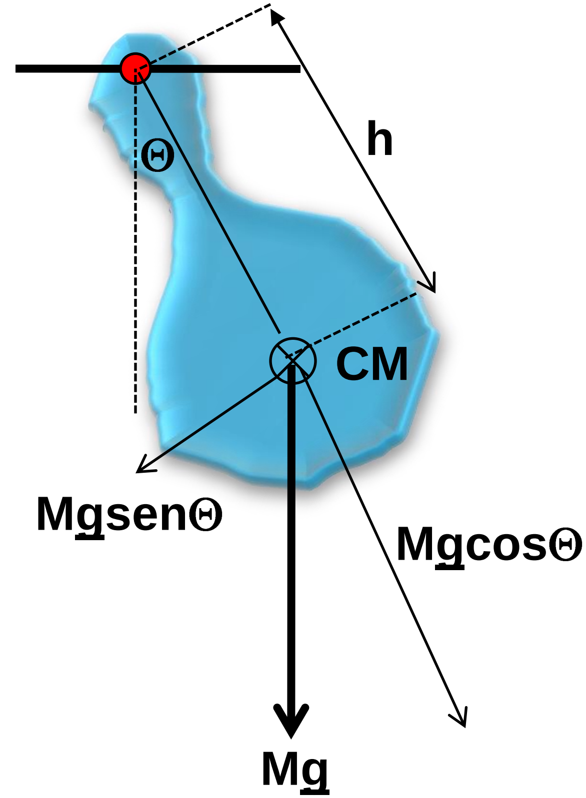
$$\ddot{\theta} + \frac{mgL}{I}\theta = 0$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$$

$$P = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}$$

Desarrollo teórico



$$\tau_z = -hmgsen\theta = I\alpha_z$$

$$\theta \approx 0$$

$$sen\theta = \frac{x}{h} \approx \frac{s}{h} = \theta$$

$$\alpha_z = -\frac{mgh\theta}{I} = \ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I}\theta = 0$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I}}$$

$$P = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Partícula simple} \\ I = mh^2\end{array}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

Energía en un MAS

$$E_{potencial}(t) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX^2 \cos^2(\theta_0 + \omega t)$$

$$E_{cinética}(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(\frac{k}{\omega^2})X^2\omega^2 \sin^2(\theta_0 + \omega t)$$

$$E_{cinética}(t) = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kX^2 \sin^2(\theta_0 + \omega t)$$

$$\boxed{E_{potencial} + E_{cinética} = \frac{1}{2}kX^2}$$

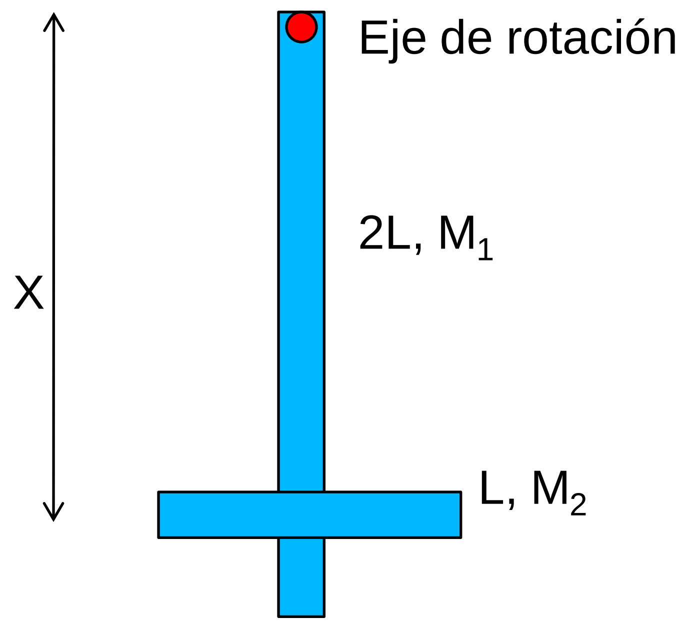
CONSTANTE E INEPENDIENTE DEL TIEMPO

Experiencia 6 de Octubre

Páginas 221-224 del apuntes

Propiedades del MAS para un péndulo físico

Periodo en función de la amplitud y largo



Lo mismo que se utilizó en experiencia 4B

Calculen

CM: 2 barras conocidas

I_o = teorema de Steiner (ver ejemplo Apuntes pp82)