

Pauta Clase Auxiliar FI2001 Mecánica

Profesor: Claudio Romero

Auxiliar: Francisco Sepúlveda & Sergio Godoy

22/Septiembre/2009

P1.

a) La energía potencial asociada la fuerza es

$$-c = -\frac{\partial U}{\partial r} \Rightarrow U(r) = cr$$

donde hemos definido el nivel 0 de potencial en $r = 0$. Dado que la fuerza es central, se conserva el momento angular

$$l = cte = mr^2\dot{\phi} \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{l}{mr^2}$$

Luego, la energía total del sistema es

$$E = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{mr^2} + cr$$

donde se tiene que el potencial efectivo es

$$U_{eff}(r) = \frac{l^2}{2mr^2} + cr$$

Dado que $U_{eff}(r = 0) = U_{eff}(r = \infty) = \infty$, se tiene que la partícula está dentro del campo de atracción para todo r . Luego, la partícula no puede escapar.

b) encontremos el valor de l . De la primera condición de equilibrio se tiene que

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{eff}}{\partial r}(r_o) = 0 &\Leftrightarrow \frac{l^2}{2m} \frac{-2}{r_o^3} + c = 0 \\ &\Rightarrow l^2 = cmr_o^3 \end{aligned}$$

Ahora

$$\frac{\partial^2 U_{eff}}{\partial r^2}(r_o) = \frac{3l^2}{mr_o^4} = \frac{3c}{r_o}$$

por lo tanto la frecuencia de pequeñas oscilaciones es

$$\omega_{o.p.}^2 = \frac{3c}{mr_o}$$

Luego, el periodo de oscilaciones pequeñas es

$$T_{o.p.} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{3c}{mr_o}}}$$

c) Energía inicial

$$E_i = \frac{cr_o}{2} + cr_o = \frac{3cr_o}{2}$$

Energía final

$$E_f = \frac{cr_o^3}{2(4r_o^2)} + c2r_o = \frac{17}{8}cr_o$$

Luego, el cambio de energía mecánica total es

$$\Delta E = \frac{5}{8}cr_o$$