Física Moderna FI-3102
Tarea 7: Ecuación de Schrodinger - 3

Fecha: Martes 20 de Octubre 2009

INDICACIONES: Fecha de Entrega: Viernes 20 de Noviembre, 15:00 horas en la oficina de la Sra. Carmen Belmar. Si entrega la tarea después de esta hora tendrá un punto menos.

PROBLEMA 1

Resuelva la ecuación de Schrödinger estacionaria para el potencial de la figura. Considere los dos casos, energas $0 < E < V_0$ y $E > V_0$.

Debe reconocer que es un potencial simétrico y por tanto debe dividir las soluciones en pares e impares y resolver separadamente. Antes de comenzar, establezca claramente las condiciones de borde que debe cumplir la función de onda y su derivada, para cada una de las paredes.

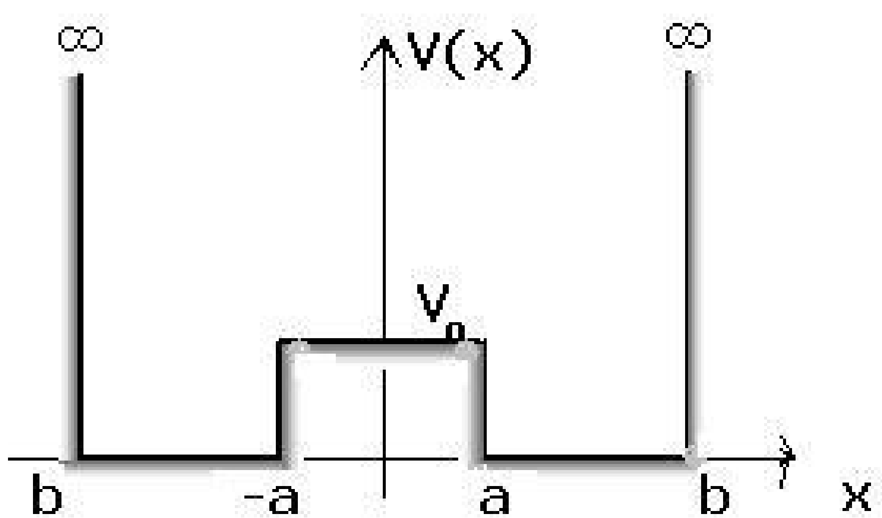

Figure 1: *Este potencial es una aproximación del potencial fenomenológico asociado a la molécula de Amonio, NH_3*

PROBLEMA 2

Considere el potencial $V(x) = \varepsilon_0\, x/a$ para $0 < x < a$ y $V = \infty$ para $x < 0$ y $x > a$. Este potencial corresponde a un campo eléctrico constante ε_0 (por ejemplo) aplicado a una partcula cargada encerrada en una caja 1-D.

a.- Considere los dos casos siguientes: $0 < E < \varepsilon_0$ y $E > \varepsilon_0$. Sin resolver la ecuación de Schrödinger, dibuje cualitativamente (a mano alzada y con intuición física) la amplitud de probabilidad para ambos casos. Explique la(s) razón(es) que lo indujeron a dibujar la función de onda que dibujó.

b.- Proponga uno (o mejor dos) métodos para resolver esta ecuación en forma *aproximada*. Resuélvala con estos métodos y compare con su primera aproximación (la más sencilla pero no trivial). No se calificará por lo exacto de la aproximación a primer orden, sino más bien por la posibilidad de, en el caso que uno extendiera el método a un orden más alto, los resultados serían cada vez mejores. En otras palabras, se calificará si la aproximación captura la esencia del poblema.

DOS DIMENSIONES

Para resolver el siguiente problema daremos un salto desde la ecuación de Schrödinger 1-D a su versión 2-D. Esta es

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = -\frac{1}{2m}\nabla^2\psi + V(x,y)\psi.$$

donde $\psi = \psi(x,y,t)$ es ahora una función de onda que depende de las coordenadas (x,y), y donde ∇^2 es el operador Laplaciano:

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

PROBLEMA 3

Considere un nanotubo con forma de un cilindro. Como sus dimensiones son del orden de los nanómetros la mecánica cuántica debe ser utilizada en este caso. En primera aproximación podemos considerarlo como un continuo, es decir, desestimar la presencia de los átomos que la componen.

a.- Encontrar los niveles de energa de una partcula en este potencial cilndrico. Los valores que adopta este potencial son:

$$V(x,y) = 0 \quad \text{para} \quad 0 < x < L, \quad 0 < y < 2\,\pi\, b$$

$$V(x,y) = \infty \quad \text{en} \quad x \leq 0 \quad \text{y} \quad x \geq L.$$

para que estas coordenadas cartesianas correspondan a la de un cilindro debe *identificar* $y = 0$ con $y = 2\,\pi\, b$. Para encontrar los niveles de energía cuantizados, debe resolver la ecuación de Schrödinger para este potencial. Debe ser cuidadoso en -a lo menos-, dos aspectos. (1) Medite acerca de las condiciones de borde para la amplitud de probabilidad en $y = 0, \ \forall\, x$. (2) Suponga que las soluciones de la ecuación de Schrödinger se pueden factorizar, por ejemplo $\psi(x,y) = \phi(x) \cdot \chi(y)$, de modo que la ecuación a derivadas parciales se transforma en una ecuación diferencial ordinaria.

b.- Si las dimensiones del sistema son $L = 1000\, a$ y $b = a$, encuentre el salto de energía que existe entre el estado fundamental y el primer estado excitado. Analice en forma separada cada una de las posibilidades.

c.- En los modelos del universo que recurren a un número de dimensiones espaciales mayores que 4, se debe argumentar por qué no se observan esas dimensiones en la vida cotidiana. Usando el resultado del punto anterior, argumente a favor de dicha posibilidad.