

Control 3

Martes 10 de Noviembre de 2009

Problema 1

Una planta agroindustrial recibe camiones con productos agrícolas que necesita descargar. Los camiones llegan a la planta según un proceso de Poisson de tasa λ *camiones/hora*. El gerente de abastecimiento estima que el tiempo que toma descargar un camión está exponencialmente distribuido.

La planta arrienda la grúa por hora y el costo del arriendo por hora es igual a B_1 por la capacidad media de descarga de la grúa. Es decir, si la grúa descarga camiones a una tasa de μ *camiones/hora*, el costo del arriendo es igual a $B_1 \cdot \mu$ *pesos/hora*.

Los camiones deben ser compensados mientras están en la fila y esperan ser descargados, según un parámetro de A_1 *pesos/hora* de espera. También deben ser compensados por el tiempo que toma la descarga, en este caso el parámetro es menor e igual a A_2 *pesos/hora*.

- a) [4.0 puntos] Escriba la ecuación que permita calcular la capacidad de descarga que optimiza los costos involucrados considerando el comportamiento del sistema en el largo plazo.

Considere conocida la capacidad de descarga óptima que llamaremos μ .

- b) [2.0 puntos] La empresa que arrienda las grúas le ofrece a la planta agroindustrial un servicio alternativo para descargar los camiones. Le ofrece destinar tantas grúas como camiones estén en el sistema, una grúa a cada camión y cada una de estas grúas con la capacidad μ , según se calculó en el punto anterior. La empresa que arrienda las grúas cobraría un arriendo de $B_2 \cdot \mu$ *pesos/hora* por cada grúa pero sólo durante el tiempo que cada grúa esté trabajando. Cuando la grúa está ociosa no significa costo para la empresa agroindustrial. Calcule cuanto es el máximo para el parámetro B_2 para que la empresa agroindustrial esté indiferente entre ambas alternativas. ¿Es B_2 mayor o menor a B_1 ?

Problema 2

Una empresa tiene una concesión sobre un teléfono público ubicado en una céntrica esquina. Los transeúntes llegan al teléfono según un proceso de Poisson de tasa λ clientes por minutos. Si el teléfono está ocupado y no hay otra persona esperando, el cliente espera hasta que la cabina se desocupa. Sin embargo, si hay un cliente ya esperando, el nuevo cliente desiste y sigue su camino.

Los clientes realizan sólo un llamado, cuya duración sigue una distribución exponencial de parámetro μ (*llamada/minuto*) o de media $\frac{1}{\mu}$ (*minuto/llamada*).

El uso de esta cabina telefónica tiene una tarificación sin límite de tiempo de uso, y el ingreso para el concesionario depende exclusivamente del número de clientes que atiende, y no de la duración de las llamadas. Cada cliente reporta una utilidad de A *pesos*.

- a) [2.0 puntos] ¿Cuántos clientes por minuto desisten de llamar por este teléfono, en el largo plazo, en valor esperado?
- b) [2.0 puntos] ¿Cuánto estaría dispuesta a pagar (por minuto) la empresa concesionaria por una segunda cabina? En este caso los clientes siguen el mismo comportamiento, si ven que los 2 teléfonos están ocupados y hay una persona esperando por alguno de los 2 teléfonos, el nuevo cliente desiste de llamar y se retira. Si los 2 teléfonos están ocupados pero no hay un cliente esperando, el cliente decide esperar. Demás está decir que si hay un teléfono libre el cliente inmediatamente lo ocupa.
- c) [2.0 puntos] Considere que el concesionario tiene la operación sobre los 2 teléfonos y que los clientes se comportan según se explicó en la parte b), con la salvedad que cuando un cliente llega y ambas cabinas están vacías, con certeza elige ocupar la cabina 1. Calcule la fracción del tiempo que la cabina 2 esté vacía, en el largo plazo.