

Problemas Resueltos N° 1 (Cátedra): Transferencia de calor en pared plana y cilíndrica**PROBLEMA N° 1**

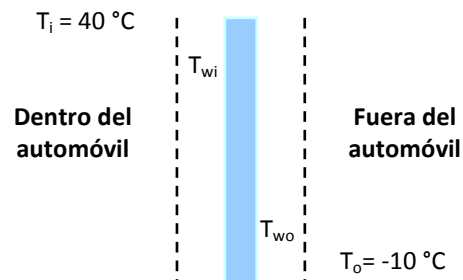
El parabrisas de un automóvil se desempaña mediante el paso de aire caliente a $T_i = 40\text{ °C}$ sobre su superficie interna. El coeficiente de convección en esta superficie es $h_i = 30\text{ W/m}^2\text{-K}$. La temperatura del aire exterior es $T_{inf} = -10\text{ °C}$ y el coeficiente de convección es $h_o = 65\text{ W/m}^2\text{-K}$.

- (1) Calcular las temperaturas de las superficies interna y externa del parabrisas de vidrio si este tiene 4 mm de espesor ($k_{\text{vidrio}}(\text{a } 300\text{K}) = 1.4\text{ W/m-K}$).
- (2) Dibuje los perfiles de temperatura (en forma cualitativa) si el parabrisas:
- Tuviese doble vidrio con aire en el espacio intermedio.
 - Tuviese doble vidrio con agua en el espacio intermedio.
 - Tuviese curvatura.

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 1:

(1)

En un esquema general del sistema en estudio tenemos lo siguiente:



Para la transferencia de calor a nivel global se tiene que:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_i - T_o}{R_T}$$

, donde la resistencia total se calcula como sigue:

$$R_T = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} + \frac{\Delta x}{k_w}$$

Entonces,

$$R_T = \frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o} + \frac{\Delta x}{k_w} = \frac{1}{30 \text{ W/m}^2\text{-K}} + \frac{1}{65 \text{ W/m}^2\text{-K}} + \frac{4 \times 10^{-3} \text{ [m]}}{1.4 \text{ W/m-K}} = 0.052 \text{ m}^2\text{-K/W}$$

Luego:

$$\frac{q}{A} = \frac{T_i - T_{\text{inf}}}{R_T} = \frac{(40 - (-10)) \text{ K}}{0.052 \text{ m}^2\text{-K/W}} = 961.54 \text{ W/m}^2$$

Considerando que en las zonas interna y externa del parabrisas hay convección:

- Pared interna

$$\frac{q}{A} = h_i \times (T_i - T_{wi}) \Rightarrow T_{wi} = T_i - \frac{q}{h_i \times A}$$

$$T_{wi} = T_i - \frac{q}{h_i \times A} = 40 \text{ }^\circ\text{C} - \frac{961.54 \text{ W/m}^2}{30 \text{ W/m}^2\text{-}^\circ\text{C}}$$

$$T_{wi} = 7.95 \text{ }^\circ\text{C}$$

- Pared externa

$$\frac{q}{A} = h_o \times (T_{wo} - T_o) \Rightarrow T_{wo} = T_o + \frac{q}{h_o \times A}$$

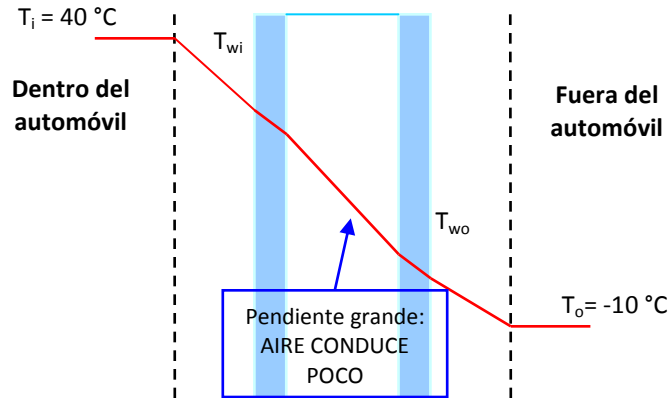
$$T_{wo} = T_o + \frac{q}{h_o \times A} = -10 \text{ }^\circ\text{C} + \frac{961.54 \text{ W/m}^2}{65 \text{ W/m}^2\text{-}^\circ\text{C}}$$

$$T_{wo} = 4.79 \text{ }^\circ\text{C}$$

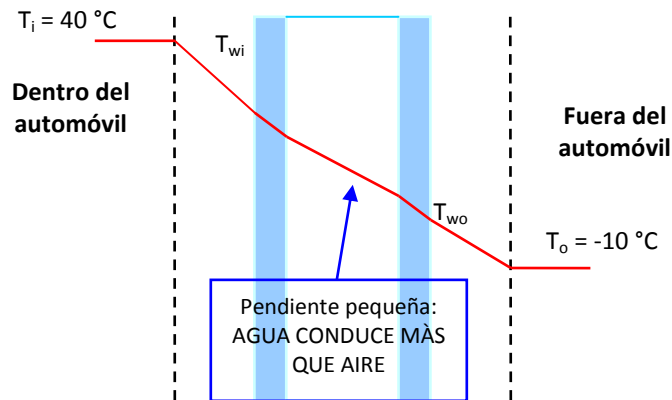
(2)

Veamos los perfiles de temperatura para cada uno de los casos mencionados.

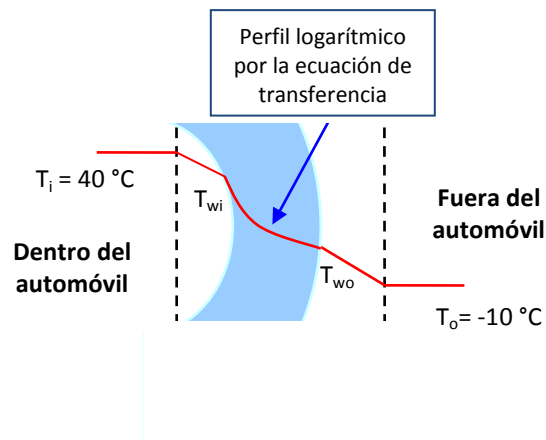
- Caso (a): Doble vidrio con aire



- Caso (b): Doble vidrio con agua



- Caso (c): Vidrio con curvatura



Problema N° 2

Agua caliente a $T_i = 120 \text{ °C}$ fluye en un tubo de acero inoxidable ($k = 15 \text{ W/m-°C}$) cuyo diámetro interior es de 1.6 cm y su espesor de 0.2 cm. El tubo debe cubrirse con un aislamiento adecuado de modo que la temperatura de la superficie exterior del aislamiento no sobrepase los 40 °C cuando la temperatura ambiente sea $T_o = 25 \text{ °C}$. Si toma los coeficientes de transferencia de calor interior y exterior del tubo como $h_i = 70 \text{ W/m}^2\text{-°C}$ y $h_o = 20 \text{ W/m}^2\text{-°C}$, respectivamente, determine el espesor del aislamiento de fibra de vidrio ($k = 0.038 \text{ W/m-°C}$) que se necesita instalar sobre el tubo.

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 2:

Un tubo al interior del que fluye vapor de agua se debe cubrir con el aislamiento suficiente con el fin de reducir la temperatura de la superficie expuesta. Debe determinarse el espesor del aislamiento que es necesario instalar.

Hipótesis:

1. La transferencia de calor es estacionaria, ya que no hay indicación de algún cambio con el tiempo.
2. La transferencia de calor es unidimensional, puesto que existe simetría térmica con respecto al eje central del tubo y no hay variación en la dirección axial.
3. Las conductividades térmicas son constantes.
4. La resistencia térmica por contacto en la interfase vapor-sólido es despreciable.

Propiedades:

Las conductividades térmicas dadas son $k = 15 \text{ W/m-°C}$, para el tubo de acero, y $k = 0.038 \text{ W/m-°C}$, para el aislamiento de fibra de vidrio.

Análisis:

La red de resistencias térmicas para este problema comprende cuatro resistencias en serie: resistencia convectiva interna, resistencia conductiva del tubo, resistencia conductiva del aislamiento, resistencia convectiva externa.

El radio interior del tubo es $r_1 = 0.8 \text{ cm}$ y el exterior $r_2 = 1.0 \text{ cm}$. Si r_3 representa el radio exterior del aislamiento, las áreas de las superficies expuestas a convección, para una sección del tubo de largo $L = 1 \text{ m}$, quedan representadas como sigue:

$$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot L = 2\pi \cdot (0.008 \text{ m}) \cdot (1 \text{ m}) = 0.0503 \text{ m}^2$$

$$A_3 = 2 \cdot \pi \cdot r_3 \cdot L = 2\pi \cdot r_3 \cdot (1 \text{ m}) = (6.28 \cdot r_3) \text{ m}^2$$

Enseguida, se determinan cada una de las resistencias térmicas:

$$R_i = R_{conv,1} = \frac{1}{h_1 \cdot A_1} = \frac{1}{(70 \text{ W/m}^2\text{-°C}) \cdot (0.0503 \text{ m}^2)} = 0.284 \text{ °C/W}$$

$$R_1 = R_{tubo} = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi \cdot k_1 \cdot L} = \frac{\ln(0.01/0.008)}{2\pi \cdot (15 \text{ W/m-°C}) \cdot (1 \text{ m})} = 0.0024 \text{ °C/W}$$

$$R_2 = R_{\text{aislamiento}} = \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi \cdot k_2 \cdot L} = \frac{\ln(r_3/0.01)}{2\pi \cdot (0.038 \text{ W/m}^\circ\text{C}) \cdot (1 \text{ m})} = 4.188 \cdot \ln\left(\frac{r_3}{0.01}\right) \text{ }^\circ\text{C/W}$$

$$R_o = R_{\text{conv},2} = \frac{1}{h_o \cdot A_3} = \frac{1}{(20 \text{ W/m}^2\text{-}^\circ\text{C}) \cdot (6.28 \cdot r_3 \text{ m}^2)} = \frac{1}{125.6 \cdot r_3} \text{ }^\circ\text{C/W}$$

Dado que todas las resistencias están en serie, se determina que la resistencia total es:

$$R_{\text{total}} = R_i + R_1 + R_2 + R_o = \left[0.284 + 0.0024 + 4.188 \cdot \ln\left(\frac{r_3}{0.01}\right) + \frac{1}{(125.6 \cdot r_3)} \right] \text{ }^\circ\text{C/W}$$

Entonces, la velocidad estacionaria de la pérdida de calor del vapor queda expresada como:

$$Q = \frac{T_i - T_o}{R_{\text{total}}} = \frac{(120 - 25) \text{ }^\circ\text{C}}{\left[0.284 + 0.0024 + 4.188 \cdot \ln\left(\frac{r_3}{0.01}\right) + \frac{1}{(125.6 \cdot r_3)} \right] \text{ }^\circ\text{C/W}} \quad (*)$$

Ya que se especifica la temperatura de la superficie exterior del aislamiento como 40 °C, la velocidad de la pérdida de calor también se puede expresar como:

$$Q = \frac{T_3 - T_o}{R_o} = \frac{(40 - 25) \text{ }^\circ\text{C}}{\left(\frac{1}{125.6 \cdot r_3} \right) \text{ }^\circ\text{C/W}} = 1\,884 \cdot r_3 \quad (**)$$

Al igualar (*) y (**) se obtiene que $r_3 = 0.017 \text{ m}$. Entonces el espesor mínimo requerido del aislamiento de fibra de vidrio es:

$$t = r_3 - r_2 = 0.0170 - 0.0100 = 0.0070 \text{ m}$$

$$t = 0.70 \text{ cm}$$