

Profesor: Tomás Vargas

Auxiliar: Melanie Colet

Ejercicio N° 5

(Con apuntes)

PROBLEMA N° 1

Una barraca en forma de paralelepípedo tiene 4.5 m x 9 m de planta, estando el techo a 2.5 m del suelo. El suelo se calienta mediante la circulación de agua caliente a través de tubos. En los días fríos de invierno la temperatura de las paredes y del techo es de -23 °C. Determine el flujo de calor que debe entregarse al suelo de modo de mantenerlo a una temperatura de 24 °C.

Para realizar sus cálculos suponga que todas las superficies implicadas son cuerpos negros y que el coeficiente de convección del aire (a 20 °C) de la barraca se puede calcular mediante la ecuación:

$$h = 0.313 \cdot \Delta T^{0.587}$$

donde ΔT corresponde a la diferencia de temperaturas entre las superficies radiantes.

$$\text{DATOS: } \sigma = 5.676 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{-K}^4$$

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 1:

1)

En primer lugar calculamos la intensidad del calor emitido por las paredes y el techo (cuerpo emisor). Por definición se tiene que:

$$I = \varepsilon_{\text{pared-techo}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{pared-techo}}^4$$

siendo en este caso las paredes y el techo cuerpos negros por lo que $\varepsilon_{\text{pared-techo}} = 1.0$.

Luego, se tiene que:

$$T_{\text{pared-techo}} = (-23 + 273) \text{ K} = 250 \text{ K}$$

por lo que la intensidad de calor emitido por el medio circundante será:

$$I = \varepsilon_{\text{pared-techo}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{pared-techo}}^4 = 1.0 \cdot 5.676 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{-K}^4 \cdot 250^4 \text{ K}^4 = 221.72 \text{ W/m}^2$$

2)

En segundo lugar tenemos que el balance de calor en el piso será:

$$Q_{\text{absorbido}} = Q_{\text{emitido}}$$

siendo:

$$Q_{\text{absorbido}} = \alpha_{\text{piso}} \cdot A_{\text{piso}} \cdot I + Q_{\text{tubos}}$$

$$Q_{\text{emitido}} = \varepsilon_{\text{piso}} \cdot A_{\text{piso}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{piso}}^4 + A_{\text{piso}} \cdot h \cdot (T_{\text{piso}} - T_{\text{ambiente}})$$

Como el piso también se debe considerar como cuerpo negro se tiene que: $\alpha_{\text{piso}} = \varepsilon_{\text{piso}} = 1.0$

Luego como se tiene que:

$$A_{\text{piso}} = 4.5 \times 9.0 \text{ m}^2 = 40.5 \text{ m}^2$$

$$T_{\text{piso}} = (24 + 273) \text{ K} = 297 \text{ K}$$

$$T_{\text{ambiente}} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$$

$$h = 0.313 \cdot (297 - 250)^{0.587} \text{ W/m}^2\text{-K} = 3.0 \text{ W/m}^2\text{-K}$$

entonces:

$$Q_{\text{emitido}} = \varepsilon_{\text{piso}} \cdot A_{\text{piso}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{piso}}^4 + A_{\text{piso}} \cdot h \cdot (T_{\text{piso}} - T_{\text{ambiente}})$$
$$Q_{\text{emitido}} = 1.0 \cdot 40.5 \text{ m}^2 \cdot 5.676 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{-K}^4 \cdot 297^4 \text{ K}^4 + 40.5 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ W/m}^2\text{-K} \cdot (297 - 293) \text{ K}$$
$$Q_{\text{emitido}} = 18372.41 \text{ W}$$

$$Q_{\text{absorbido}} = 1.0 \cdot 40.5 \text{ m}^2 \cdot 221.72 \text{ W/m}^2 + Q_{\text{tubos}} = 8979.66 \text{ W} + Q_{\text{tubos}}$$

Finalmente,

$$Q_{\text{tubos}} = Q_{\text{emitido}} - \alpha_{\text{piso}} \cdot A_{\text{piso}} \cdot I = (18372.41 - 8979.66) \text{ W} =$$
$$Q_{\text{tubos}} = 9392.75 \text{ W}$$

ERROR QUE COMETÍ DURANTE EL EJERCICIO: en esta pregunta me confundí con las áreas y les dije que el calor que emitían las paredes-techo debían calcularlo considerando el área total de las paredes-techo lo cual es **falso**. En realidad, cuando ustedes tienen una fuente emisora radiante da lo mismo el área que esta tenga, ya que, ustedes solamente deben considerar la cantidad de calor que esta emite por unidad de área hacia el cuerpo receptor. Entonces la cantidad de calor recibida por el cuerpo irradiado depende de su propia área, independiente del área del otro cuerpo (esto vale para efectos de cálculos simplificados como este, en rigor, ustedes deberían usar el factor de forma para hacer los cálculos). Si no me creen revisen bien sus apuntes =D... Para el problema dos sí les di bien las indicaciones de cómo hacerlo pero en el uno me desconecté completamente (era un mal día), lo siento =P. En todo caso, para efectos de revisión, le diré a Jorge que solamente considere el problema N° 2 y más adelante les haré otro problemita de radiación compensatorio por el que olvidaremos (como parte de otro ejercicio obviamente, este ya se los regalé a cambio de mi error =P)... Además, es mejor que se cometan los errores antes del control para evitar problemas mayores en su aprendizaje.

PROBLEMA N° 2

Una lámina de cobre ($\varepsilon_1 = 0.018$) de 2 m x 2 m se coloca a corta distancia del suelo. La superficie superior se pinta de color negro opaco ($\varepsilon_2 = 0.90$) quedando expuesta al sol. La tierra bajo la lámina tiene una temperatura superficial de 20 °C ($\varepsilon_3 = 0.65$). La densidad de flujo de calor radiante procedente del sol que incide sobre la lámina puede considerarse constante (1140 kcal/h-m²). Determine la temperatura de la lámina suponiendo que existe un efecto de convección natural sólo sobre la superficie superior de la placa siendo el coeficiente de convección igual a 10 kcal/m²-h-K (temperatura ambiente: 20 °C).

$$\text{DATOS: } \sigma = 4.920 \times 10^{-8} \text{ kcal/m}^2\text{-h-K}^4$$

SOLUCIÓN PROBLEMA N° 2:

1)

En primer lugar calculemos el calor absorbido por la placa, la cual es irradiada por el sol desde arriba y por el suelo desde abajo. Entonces, tenemos que las intensidades de ambas fuentes emisoras son:

$$I_{\text{sol}} = 1140 \text{ kcal/h-m}^2 \text{ (dato de enunciado)}$$

$$T_{\text{suelo}} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$$

$$I_{\text{suelo}} = \varepsilon_{\text{suelo}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{suelo}}^4 = 0.65 \cdot 4.920 \times 10^{-8} \text{ kcal/m}^2\text{-h-K}^4 \cdot 293^4 \text{ K}^4 = 235.69 \text{ kcal/m}^2\text{-h}$$

2)

En segundo lugar se calcula el calor absorbido por la placa el cual será:

$$Q_{\text{absorbido}} = \alpha_{\text{placa-arriba}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot I_{\text{sol}} + \alpha_{\text{placa-abajo}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot I_{\text{suelo}}$$

Considerando la placa como un cuerpo gris tendremos que:

$$\alpha_{\text{placa-arriba}} = \varepsilon_{\text{placa-arriba}} = 0.90 \text{ (dato de enunciado)}$$

$$\alpha_{\text{placa-abajo}} = \varepsilon_{\text{placa-abajo}} = 0.018 \text{ (dato de enunciado)}$$

Además,

$$A_{\text{placa}} = 2 \times 2 \text{ m}^2 = 4 \text{ m}^2$$

Entonces:

$$Q_{\text{absorbido}} = \alpha_{\text{placa-arriba}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot I_{\text{sol}} + \alpha_{\text{placa-abajo}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot I_{\text{suelo}} =$$

$$Q_{\text{absorbido}} = 0.90 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 1140 \text{ kcal/h-m}^2 + 0.018 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 235.69 \text{ kcal/h-m}^2 = 4120.97 \text{ kcal/h}$$

3)

En tercer lugar, calculamos el calor emitido el cual será:

$$Q_{\text{emitido}} = \varepsilon_{\text{placa-arriba}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{placa}}^4 + \varepsilon_{\text{placa-abajo}} \cdot A_{\text{placa}} \cdot \sigma \cdot T_{\text{placa}}^4 + A_{\text{placa}} \cdot h \cdot (T_{\text{placa}} - T_{\text{ambiente}})$$

(nótese que el término convectivo debe ser considerado solamente para el área superior de la placa, ya que, no hay convección entre el piso y ella).

Luego, como:

$$T_{\text{ambiente}} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$$

se tiene que:

$$Q_{\text{emitido}} = 0.90 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 4.920 \times 10^{-8} \text{ kcal/m}^2\text{-h-K}^4 \cdot T_{\text{placa}}^4 + 0.018 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 4.920 \times 10^{-8} \text{ kcal/m}^2\text{-h-K}^4 \cdot T_{\text{placa}}^4 + 4 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ kcal/m}^2\text{-h-K} \cdot (T_{\text{placa}} - 293) \text{ K}$$

Entonces, por balance de calor tenemos que:

$$4120.97 \text{ kcal/h} = 0.918 \cdot 4 \text{ m}^2 \cdot 4.920 \times 10^{-8} \text{ kcal/m}^2\text{-h-K}^4 \cdot T_{\text{placa}}^4 + 4 \text{ m}^2 \cdot 10 \text{ kcal/m}^2\text{-h-K} \cdot (T_{\text{placa}} - 293) \text{ K}$$

Se obtiene que $T_{\text{placa}} \approx 337.45 \text{ K (64.45 } ^\circ\text{C)}$