Clase Auxiliar 10

Profesor: Jorge San Martín
Auxiliares: Francisco Jiménez - Ramiro Villagra

Resumen

- Sea f una función Riemman integragle en $[a, b]$, el área que encierra la función en el intervalo con el eje $0X$ es:
$$A_a^b = \int_a^b |f(x)|\, dx$$
- Sean f, g inegrables en $[a, b]$, el área encerrada por las funciones es:
$$A_a^b = \int_a^b |f(x) - g(x)|\, dx$$
- El volumen del sólido de revolución formado por f integrable en el intervalo $[a, b]$ con respecto al eje $0X$ es:
$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$
- El volumen del sólido de revolución formado por el área bajo f integrable en el intervalo $[a, b]$ con respecto al eje $0Y$ es:
$$V = 2\pi \int_a^b x f(x) dx$$

Ejercicios

P1

- Probar que el área de una elipse de semi ejes a y b es πab.
- Calcular el área de un sector circular de radio R y ángulo interno α.
- Concluir que para una circunferencia, $A = \pi R^2$

P2 Calcular el área encerrada por $y^2 = x$ e $y = \frac{1}{2}(x - 3)$.

P3 Sea $f(x) = -6x^2 + 5x + 1$ y se define $P_a = (a, f(a))$, con $a > 0$. Demuestre que el área comprendida entre $f(x)$ y el segmento que une $P_0 = (0, 1)$ y P_a es a^3

P4 Dadas las curvas $y = mx$ y $y = x^2$, considere la recién limitada por ambas curvas y encuentre el valor de $m > 0$, para que los volúmenes de los sólidos obtenidos al rotar la región definida en torno al eje OX y el eje OY sean iguales.

P5 Considere la curva cuyos puntos satisfacen $(1 + x^2)y^2 = x^2(1 - x^2)$

- Calcule el área de la región encerrada por esta curva.
- Calcule el columen de revolución generado por la rotación de esta curva en torno al eje OX.

P6 Sean $f, g : [-1, 1] \to \mathbb{R}$las funciones dadas por $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ y $g(x) = \sqrt{3} - \sqrt{1-x^2}$.

- Calcular el área encerrada entre ambas curvas.
- Determinar el columen del sólido generado por la rotacion de la región encerrada dpor el eje OX y la curva $h(x) = min\,\{f(x), g(x)\}$, en torno a OX