# CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Aux 8, Jueves 15 de Octubre

**Problema 1.**

- Probar que el área de una elipse de semi-eje a y b es $\pi ab$
- Calcular el área de un sector circular de radio $R$ y ángulo $\alpha$
- Concluir que para una circunferencia es $\pi R^2$

**Problema 2.** Calcule el vólumen que engendra un círculo de radio $r$ al girar alrededor de una recta coplanar con el círculo y situado a una distancia $d$ de su centro. (dicho volumen se llama toro). Comprobar por ambas rotaciones!

**Problema 3.** Se llama astroide a la curva que admite la ecuación:

$$x^{3/2} + y^{3/2} = a^{3/2}$$

ó paramétricamente:

$$x = a\cos^3(t); \;\; y = a\sin^3(t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

Hallar la longitud del astroide.
HINT: Demuestre que si $S$ es el arco de la curva que tiene ecuaciones paramétricas $y = \varphi(t)$, $x = \psi(t)$, donde $t \in [\alpha, \beta]$, donde $\varphi, \psi$ son funciones de clase $C^1$, entonces:

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\varphi'(t)^2 + \psi'(t)^2}dt$$

**Problema 4.** Sea $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$. Si

$$R = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\; : \;\; 0 \leq x \leq 1, \; 0 \leq y \leq f(x)\big\}$$

- Encuentre el área de $R$
- Encuentre el volumen del sólido de revolución que se obtiene al rotar la región $R$ en torno al eje $OX$

**Problema 5.** Dadas las curvas $y = mx$; $y = x^2$, considere la región limitada por ambas curvas y encuentre el valor de $m > 0$, para que los volumenes de los sólidos obtenidos al rotar la región definida en torno al eje $OX$ y al eje $OY$, sean iguales.

**Problema 6.** Sea $f(x) = -6x^2 + 5x + 1$. Considere sobre la parábola el punto $(a, f(a))$ $a \geq 0$. Demuestre que el área comprendida entra la parábola y el segmento que une $(0, 1)$ con $(a, f(a))$ es igual a $A = a^3$