

Auxiliar 2 - Introducción al Álgebra
Escuela de Ingeniería, Universidad de Chile

Lunes 10 de Agosto, 2009

Profesora Cátedra: Maya Stein
Profesores Auxiliares: Victor Carmi Lara - Matías Godoy Campbell

Pregunta 1. Sean A, B y C conjuntos, subconjuntos de un universo U . Pruebe que:

$$(A \cap B) \subseteq C \Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq B^c$$

Pregunta 2. Sean $A, B, C \subseteq U$. Pruebe que:

- a) $(A \Delta B) \cup (B \Delta C) = (A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$
- b) $A \Delta C \subseteq (A \Delta B) \cup (B \Delta C)$
- c) Es cierto que $A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (B \Delta C)$?
- d) Es cierto que $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (B \cup C)$?

Pregunta 3.

- a) Sean E, F conjuntos. Demuestre que

$$E = [(E \cup F) \setminus F] \cup (E \cap F)$$

- b) Sea A subconjunto (fijo) de U (universo), demuestre que:

$$X \cup A = Y \cup A \wedge X \cap A = Y \cap A \Leftrightarrow X = Y$$

Indicación: Use la parte a)

Pregunta 4. *Propiedades Conjunto Potencia*

Sean A, B subconjuntos de un universo U , y $\mathcal{P}(A)$ $\mathcal{P}(B)$ sus respectivos conjuntos potencia, demuestre que:

- a) $A = B \Leftrightarrow \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$
- b) $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cup B) \Leftrightarrow (A \subseteq B \vee B \subseteq A)$

Pregunta 5. *Producto Cartesiano*

- a) Determinar el producto cartesiano de: $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \wedge x \leq 3\}$ con \mathbb{Z}
- b) Determinar $X = (A \times \mathbb{Z}) \cap (\mathbb{Z} \times A)$
Sean A, B, C, D conjuntos. Pruebe que:
- c) $A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset$
- d) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

Trabajo Dirigido. Se define la operación entre conjuntos \otimes del siguiente modo: $A \otimes B = A^c \cap B^c$. Considere un universo U , y $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{P}(U)$ un conjunto no vacío tal que $\forall A, B \in \mathcal{F}, A \otimes B \in \mathcal{F}$, a partir de lo anterior, demuestre que:

- a) $A^c \in \mathcal{F}$
- b) $A \cap B \in \mathcal{F}$
- c) $A \cup B \in \mathcal{F}$
- d) $A \Delta B \in \mathcal{F}$
- e) $\emptyset \in \mathcal{F} \wedge U \in \mathcal{F}$