

Ejercicio 12:

Verifique si son reflejas/transitivas/simétricas/antisimétricas las siguientes relaciones en \mathbb{Z} :

- a) $x \sim y \Leftrightarrow x \leq y + 5$
- b) $x \sim y \Leftrightarrow x \leq y - 5$
- c) $x \sim y \Leftrightarrow x = y^2$
- d) $x \sim y \Leftrightarrow x + y$ es par
- e) $x \sim y \Leftrightarrow x + y$ es impar
- f) $x \sim y \Leftrightarrow xy$ es par

Ejercicio 13:

Considere las siguientes relaciones en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$.

- a) $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \wedge y \leq y'$
- b) $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x \leq x' \vee y \leq y'$
- c) $(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x = x' \wedge y \leq y'$

¿Son relaciones de orden? En el caso que sí, ¿se trata de un orden parcial o de un orden total?

Ejercicio 14:

Considere la relación en $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dado por

$$(x, y) \sim (x', y') \Leftrightarrow x + y' = x' + y.$$

- a) Demuestre que \sim es una relación de equivalencia.
- b) Determine las respectivas clases de equivalencia de $(0, 0)$, de $(0, 1)$, de $(0, -1)$ y de $(1, 0)$. Dibuje estas clases.
- c) (ejercicio extra para los más ambiciosos) Intente demostrar que para todo $n \in \mathbb{N}$ el conjunto cociente $\mathbb{R} \times \mathbb{R} / \sim$ tiene más que n elementos. Deduzca de eso que el conjunto cociente es infinito.