

Control 1 - Probabilidades y Procesos Estocásticos - 2005

Iván Rapaport

Pregunta 1.

a.- (1 punto) Un matrimonio tiene dos hijos. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos sean hombres si se sabe que al menos uno de los hijos es hombre?

b.- (2.5 puntos) Dos compañías producen automóviles. La compañía A produce el doble de automóviles que la compañía B. El 20% de los que produce la compañía A resultan defectuosos y el 5% de los que produce la compañía B resultan defectuosos. Si alguien compra un automóvil que resulta ser defectuoso. ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido producido por la compañía A?

c.- (2.5 puntos) Una extraña enfermedad afecta a una persona en 100. Un test resulta positivo con probabilidad $\frac{99}{100}$ cuando se le aplica a una persona enferma y con probabilidad $\frac{1}{100}$ cuando se le aplica a una persona sana. Suponga que al señor K se le aplica el test y resulta positivo. ¿Qué es más probable? ¿Que el señor K esté enfermo o que el test se haya equivocado?

Pregunta 2.

a.- (1.5 puntos) Sea $a \in \mathbb{R}$. Sea X una variable aleatoria discreta que satisface $\mathbb{E}(X) > a$. Demuestre que existe algún $w \in \Omega$ tal que $X(\omega) > a$.

b.- (1.5 puntos) Sea X la variable aleatoria binomial con parámetros n y p . Muestre que

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{1+X}\right] = \frac{1 - (1-p)^{n+1}}{(n+1)p}$$

c.- Sea X la variable aleatoria geométrica de parámetro p . Es decir

$$\mathbb{P}\{X = n\} = (1-p)^{n-1}p$$

i.- (1.5 puntos) Sean $M, N \geq 1$. Sea A_N el evento $\{X > N\}$. Demuestre que

$$\mathbb{P}(A_{M+N}|A_M) = \mathbb{P}(A_N)$$

ii.- (1.5 puntos) Calcule la probabilidad de que “ X sea par”.

Tiempo: 2 horas y 30 minutos.