P1

a) $\Omega=\{(H,H),(H,M),(M,H),(M,M)\}$

Se tiene que $\mathrm{P}((H,H))=\mathrm{P}((H,M))=\mathrm{P}((M,H))=\mathrm{P}((M,M))=\frac{1}{4}$

Sea $A=$ hay al menos un hijo hombre.

Luego, se pide calcular $\mathrm{P}((H,H)/A)$ (0,75 ptos)

$$\rightarrow \mathrm{P}((H,H)/A)=\frac{\mathrm{P}((H,H)\cap A)}{\mathrm{P}(A)} \qquad \text{(1 pto)}$$

$$=\frac{\mathrm{P}((H,H))}{\mathrm{P}(A)}$$

$$=\frac{\mathrm{P}((H,H))}{\mathrm{P}((H,H))+\mathrm{P}((H,M))+\mathrm{P}((M,H))} \qquad \text{(0,75 ptos)}$$

$$=\frac{1/4}{3/4}=\frac{1}{3} \qquad \text{(0,5 ptos)}$$

$$\therefore\ \mathrm{P}((H,H)/A)=\frac{1}{3}$$

b) Sean los eventos:

$T+=$ el test resulta positivo (la persona está enferma)

$E=$ la persona está enferma

$S=$ la persona está sana

¿Qué es más probable? ¿ $\mathrm{P}(E/T+)$ o $\mathrm{P}(S/T+)$?

Del enunciado se tiene:

- $\mathrm{P}(E)=\frac{1}{100}$ · $\mathrm{P}(S)=\frac{99}{100}$
- $\mathrm{P}(T+/E)=\frac{99}{100}$ · $\mathrm{P}(T+/S)=\frac{1}{100}$ (0,5 ptos)

Luego por Teorema de Bayes:

$$\mathrm{P}(E/T+)=\frac{\mathrm{P}(T+/E)\mathrm{P}(E)}{\mathrm{P}(T+)} \qquad (1)$$ (1 pto)

Para obtener el resultado, se debe calcular $\mathrm{P}(T+)$, aplicando el Teorema de la Probabilidades Totales:

$$\mathrm{P}(T+)=\mathrm{P}(T+/E)\mathrm{P}(E)+\mathrm{P}(T+/S)\mathrm{P}(S)$$ (1 pto)

$$=\frac{99}{100}\cdot\frac{1}{100}+\frac{1}{100}\cdot\frac{99}{100}=\frac{2\cdot 99}{100^2}$$

$$\Rightarrow \mathrm{P}(T+)=\frac{2\cdot 99}{100^2}$$

Entonces, reemplazando valores en (1), se obtiene:

$$\mathrm{P}(E/T+)=\frac{\cancel{99}/\cancel{100}\cdot 1/\cancel{100}}{2\cdot\cancel{99}/\cancel{100^2}}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \mathrm{P}(E/T+)=\frac{1}{2}$$ (0,25 ptos)

Entonces, se tiene:

$$\mathrm{P}(S/T+)=1-\mathrm{P}(E/T+)=\frac{1}{2}$$ (0,25 ptos)

$$\therefore \mathrm{P}(E/T+)=\mathrm{P}(S/T+)=\frac{1}{2}$$

Por lo tanto, es igualmente probable que, si el test sale positivo, la persona esté enferma o el test se haya equivocado.