

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= \sum n\mathbb{P}(X = n) \\ &= \mathbb{P}(X = 1) + 2\mathbb{P}(X = 2) + 3\mathbb{P}(X = 3)\dots \\ &= \mathbb{P}(X = 1) + \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 3)\dots + \mathbb{P}(X = 2) + \mathbb{P}(X = 3) + \dots \\ &= \mathbb{P}(X > 0) + \mathbb{P}(X > 1) + \dots \\ &= \sum \mathbb{P}(X > n)\end{aligned}$$