

**AUXILIAR N°5. FUNCIONES DE VARIABLES ALEATORIAS.**

**VARIABLES ALEATORIAS BIDIMENSIONALES Y CAMBIO DE VARIABLE.**

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Primavera 2009

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Benjamín Palacios

**EJERCICIOS.**

1.- Considere una partícula situada inicialmente en el origen, la cual se puede mover en línea recta en el semiplano  $x \geq 0$ . El ángulo con respecto a la horizontal con el cual se moverá es una variable aleatoria distribuida uniforme. Calcule la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria  $Y$ , que corresponde a la altura en la cual la trayectoria que sigue la partícula intersecta a la recta  $x = 1$ .

2.- Sean  $X, Y$  variables aleatorias independientes con distribución de Poisson de parámetros  $\lambda_x$  y  $\lambda_y$  respectivamente, ie  $X \rightsquigarrow P(\lambda_x)$ ,  $Y \rightsquigarrow P(\lambda_y)$ . Considere la variable aleatoria  $Z = X + Y$ . Muestre que  $Z \rightsquigarrow P(\lambda_x + \lambda_y)$ .

3.- Considere un circuito eléctrico en el cual varían de un modo aleatorio la corriente  $I$  y la resistencia  $R$ . Suponga que estas variables aleatorias continuas e independientes presentan las siguientes funciones de densidad.

$$I : g(i) = 2i, 0 \leq i \leq 1 \text{ y } 0 \text{ en otra parte}$$

$$R : h(r) = r^2/9, 0 \leq r \leq 3 \text{ y } 0 \text{ en otra parte}$$

Encuentre la función de densidad de probabilidad de la v.a.  $E = IR$  (el voltaje del circuito) y calcule  $\mathbb{P}(E > 1 \mid I \leq \frac{1}{2})$ .

4.- Sea  $(X, Y)$  una variable aleatoria bidimensional con función de densidad conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} kx(x - y) & 0 < x < 2, -x < y < x \\ 0 & \sim \end{cases}$$

(a) Evaluar la constante  $k$ .

(b) Encontrar la función de densidad marginal de  $X$ .

(c) Encontrar la función de densidad marginal de  $Y$ .