

AUXILIAR N°6. CAMBIO DE VARIABLE BIDIMENSIONAL,

DISTRIBUCIÓN CONDICIONAL Y ESPERANZA DE VARIABLES ALEATORIAS.

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Primavera 2009

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Benjamín Palacios

**EJERCICIOS.**

1.- Usted se encuentra en una fonda jugando al tiro al blanco (blanco circular de radio 1). Sean  $(X, Y)$  variables aleatorias de las coordenadas de los puntos de impacto con distribución uniforme en el círculo. Como buen beauchefiano antes de competir usted realiza un estudio probabilístico del problema, por lo que le interesa conocer el comportamiento de la variable aleatoria  $R$  que representa la distancia del punto de impacto con respecto al origen. Encuentre la función de densidad de  $R$  y calcule su esperanza.

2.- Se tiene una barra de largo  $L$  a la cual se le quieren hacer dos cortes al azar. Sea  $X \rightsquigarrow U(0, L)$  ,la *v.a.* que representa el lugar del primer corte, e  $Y \rightsquigarrow U(x, L)$ , *v.a.* que representa el lugar del segundo corte entre el primero y el extremo  $L$  de la barra. Calcule la función de densidad de probabilidad de la *v.a.*  $Y$ . [Propuesto: calcule  $E(Y)$ . ]

3.- a) Calcule  $E(X)$  si  $X \rightsquigarrow B(n, p)$ . [Propuesto: calcular  $E(X)$  si  $X \rightsquigarrow P(\lambda)$ .]

b) Muestre que  $E(X)$  no siempre existe, para esto piense en la distribución de Cauchy.

4.- Debido al ambiente diciochero, la escuela de ingeniería está realizando un estudio sobre el consumo de chicha en la población de beauchef. Para realizar el estudio se requiere de la ayuda de los alumnos del curso de probabilidades y estadísticas.

Sea  $X$  la variable aleatoria que mide el consumo de chicha de un estudiante y suponga que se conocen las funciones de densidad de  $X$  en la población de hombres,  $f_H(x)$  y en la población de mujeres,  $f_M(x)$ , ambas densidades continuas. Si el tamaño de la población de hombres es  $N_H$  y de mujeres es  $N_M$ :

- a) Encuentre  $f(x)$  la función de densidad de  $X$  en el total de los estudiantes (hombres y mujeres).
- b) Calcule  $\mathbb{P}(H | X = a)$  en función de las densidades anteriores,  $\mathbb{P}(H)$  y  $\mathbb{P}(M)$ .