

Auxiliar N°8. Repaso de Variables Aleatorias

Probabilidades y Estadística - MA3403 - Primavera 2009

Profesor: Fernando Lema

Auxiliares: Abelino Jiménez - Benjamín Palacios

EJERCICIOS.

Pendiente.- Sea X una variable aleatoria cuyo recorrido es un conjunto finito y cuya distribución es uniforme (equiprobable). Calcule $\mathbb{E}(X)$ y $Var(X)$.

1.- Suponga que el radio de una esfera es una variable aleatoria continua. Debido a la imprecisión del proceso de fabricación, los radios de esferas diferentes pueden ser diferentes. Suponga que el radio R tenga función de densidad $f(r) = 6r(1 - r)$, $0 < r < 1$. Encontrar la función de densidad del volumen V y del área de la superficie S de la esfera. Calcule $\mathbb{E}(V)$ y $\mathbb{E}(S)$.

2.- Sean $(X_i : i = 1, \dots, n)$ variables aleatorias continuas iid. Se define las variables aleatorias $M = \text{Max}(X_1, \dots, X_n)$ y $m = \text{Min}(X_1, \dots, X_n)$. Calcule la función de densidad de M y m .

3.- Sabemos que si X e Y son variables aleatorias independientes, entonces $Cov(X, Y) = 0$. Sin embargo, la recíproca no es cierta. Muestre un ejemplo de esto último.

4.- En un juego de video se generan rectángulos (celdas) con dimensiones X e Y variables aleatorias independientes. Suponga que X e Y tiene distribución uniforme en $[0, 1]$. Si A y P son el área y el perímetro del rectángulo:

- Usando propiedades de esperanza y varianza, calcule $\mathbb{E}(P)$, $Var(P)$, $\mathbb{E}(A)$ y $Var(A)$.
- Determine usando el teorema de cambio de variable la función de densidad de A .