Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

Auxiliar #1 MA3402/MA34B

Profesora: Nancy Lacourly. Auxiliar: Gonzalo Contador.

P1. Sea X variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo $(0, \theta)$, donde θ es una constante positiva desconocida. Considere una muestra aleatoria simple $X_1 ... X_n$ de X.

a) Calcule, mediante el método de los momentos, el estimador $\hat{\theta}_{MM}$ del parámetro θ. Demuestre que este estimador es insesgado y calcule su varianza.

b) Considere ahora el estimador $\hat{\theta}_2 = \underset{i}{max} X_i$. Entregue la función de distribución del estimador y calcule su sesgo. Encuentre $a \in \mathbb{R}$ tal que el estimador dado por $a\hat{\theta}_2$ sea insesgado.

c) Calcule la varianza del estimador insesgado obtenido en la parte anterior. En función de esto, compare la eficiencia de los estimadores $\hat{\theta}_{MM}$ y $\hat{\theta}_2$. ¿Con cuál se quedaría?

P2. Se define, para una m.a.s. $X_1 ... X_n$ de una variable X, la función "dispersión respecto a c" como

$$f(c) = \sum_{i=1}^{n} (X_i - c)^2$$

Encuentre un estadístico que minimiza la función anterior.

P3. Considere $Y_1 ... Y_n$ m.a.s. de una variable Y, cuya función de densidad está dada por

$$f_Y(y) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda y} & y > 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases}$$

para un parametro $\lambda > 0$ desconocido. Calcule, a partir de la muestra, el estimador de los momentos $\hat{\lambda}$ para λ.