MA1002, Auxiliar 3
Cálculo Diferencial e Integral
22 de Diciembre, 2009
Profesor : Raúl Uribe
Auxiliar: Benjamín Obando

P1. Considere n reales distintos entre sí denotados por $b_1, \cdots, b_n$.Demuestre que si $\forall x \in \mathbb{R}$ se cumple que $b_1^x + \cdots + b_n^x \geq n$ entonces $b_1 b_2 \cdots b_n = 1$.

P2. Considere la función $f(x) = (x+1)\ln \mid \frac{x}{x+1} \mid$, definida en $\mathbb{R} \mid \{-1, 0\}$

a) Encuentre Ceros y signos de f

b) Estudie las asintotas horizontales de f. Encuentre los límites laterales en 0 y -1 y repare la función si es posible.

c) Use el teorema del valor medio en la funcion auxiliar $g(x) = ln \mid x \mid$ en el intervalo $[x, x+1]$ para probar que :

$$\frac{1}{x+1} < \ln \frac{x+1}{x} < \frac{1}{x}$$

d) Cálcule f'. Concluya sobre el crecimiento de f en $(-\infty, -1$ y $(0, \infty)$.

e) Calcule f'' y estudie los intervalos donde f es cóncava y donde es convexa.

f) Estudie los límites de f' cuando $x \to -1^+$ y $x \to 0^-$.Usando la segunda derivada en (-1,0) concluyta sobre la monotonía de f' en dicho intervalo y pruebe que existe un unico punto donde $f'(x) = 0$.Bosqueje el gráfico de f.

P3. Se dispone de un alambre de largo $3a$, con el cual se desea formar un trapecio isóceles contres lados iguales a a y el cuarto de largo x de modo de maximizar su área. Determine el valor de x que cumple con esta condición extremal. Justifique su respuesta.

P4. Se sabe que un bosquejo del gráfico de la derivada de una función $f : [0, 4] \to \mathbb{R}$ es el dado en la figura siguiente. A partir de esto y que $f(0) = 1$ debe realizar un bosquejo completo de la función f.Pruebe ademas que f es acotada superiormente por 3.