MA1002, Problemas propuestos Control 3
Cálculo Diferencial e Integral
Profesor : Raúl Uribe
Auxiliar: Benjamín Obando, Ayudante:Carlos Duarte

P1. *a*) Una particula se mueve sobre el cilindro de ecuación de $x^2 + y^2 = 1$ describiendo una curva Γ de tal forma que la altura esta descrita por la ecuación $z(\theta) = C_1 e^{\theta} + C_2 e^{-\theta}$ donde θ es el angulo descrito en cilindricas.

1) Encontrar C_1 y C_2 si se sabe que $z(0) = 1$ y $\frac{dz}{d\theta}(0) = 0$
2) Calcular el largo de Γ.
3) Encontrar la parametrización longitud de arco.
4) Encontrar el vector Tangente, Normal y binormal. Ademas encuentre la curvatura y la torsión.

b) Comsidere una función $q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua y positiva. Definimos la curva Γ mediante la parametrización:

$$r(t) = (a \int_0^t \sin(q(u))du, a \int_0^t \cos(q(u))du), bt)$$

1) Encontar su parámetrizazación longitud de arco
2) Encontrar los vectores Tangente, Normal y Binormal.
3) Encontrar su curvatura y torsión.

c) Considere la curva de Viviani definida por la intersección de la esfera de ecuación

P2. Considere la función

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \arctan(x), \quad x \geq 0.$$

a) Demuestre que la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ de término $a_n = (-1)^n f(n)$ converge.

b) Calcule $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} x\, f(x)$ y utilice este resultado para demostrar que la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ no converge absolutamente.

P3. Dada la función $f(x) = e^{\frac{1}{x}}(1 - \frac{1}{x})$. Se pide :

a) Estudiarla completamente indicando dominio,ceros, límites importantes, asíntotas, continuidad, crecimiento, concavidades, gráfico y recorrido.

b) Determinar si el área de las siguientes regiones es o no finita. En caso afirmativo dar su valor.

$$R_1 = \{(x, y)/x < 0 \ \ f(x) \leq y \leq 1\}$$
$$R_2 = \{(x, y)/0 < x \leq 1 \ \ f(x) \leq y \leq 1\}$$
$$R_3 = \{(x, y)/x \geq 1 \ \ f(x) \leq y \leq 1\}$$

Indicación: Ni $e^{\frac{1}{x}}$ ni $\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$ tienen primitivas explícitamente calculables, sin embargo, f sí la tiene.