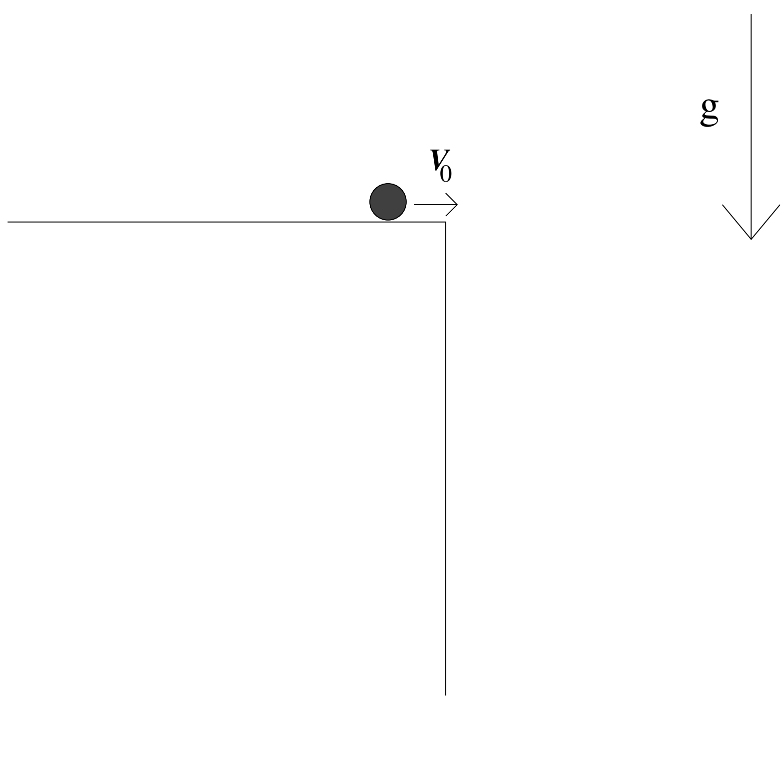
FI 1001 – Sección 3
Prof. René A. Méndez
<u>Ejercicio # 5</u>

1) **Conceptual – Movimiento circular uniforme (50%):**

Un reloj analógico marca las 14 horas con 10 minutos. ¿Qué hora será cuando vuelvan a encontrase el minutero con el horario?
NB: Puede servirle calcular primero la velocidad angular del minutero y del horario, y compararlas. Luego imponga la condición de re-encuentro. Considere solamente el *primer* re-encuentro entre el minutero y el horario después de las 14h:10m.

2) **Aplicación – Movimiento a aceleración constante (50%):**

Una partícula se lanza desde una superficie horizontal con velocidad $\boldsymbol{V_0}$. Calcule la distancia vertical recorrida cuando su rapidez es $\boldsymbol{V_1}$. Considere una aceleración de gravedad vertical (hacia abajo) constante e igual a g.



Ejercicio # 5 ; FI-1001 R.Mendez

P1) A las $14^h 10^m$ tendremos lo siguiente.

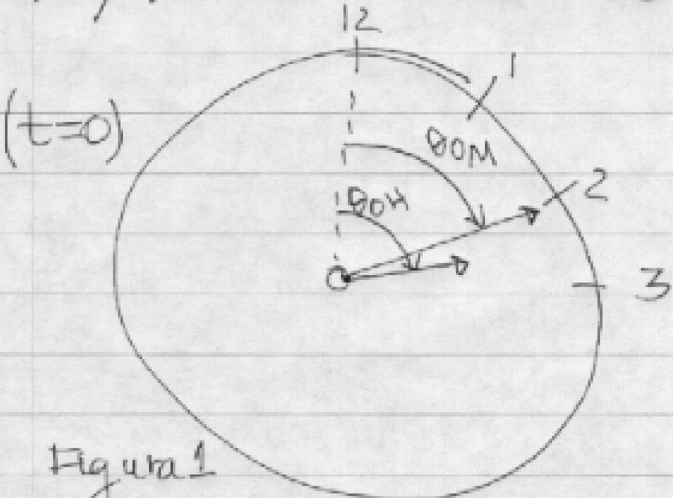


Figura 1

Flecha larga → minutero
" corta → horario

Si t se mide en horas, sabemos que el horario recorre 2π radianes en 12 horas ⇒ su velocidad angular sera $\omega_H = \frac{2\pi}{12}\ h^{-1}$

En cambio, el minutero recorre 2π radianes en 1 hora, y su velocidad angular sera $\omega_M = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ h^{-1}$

Como $\omega_M > \omega_H$, en algun momento el minutero abrā dado una vuelta y un poquito mas y se volverā a encontrar con el horario. La punta de la flecha del minutero y del horario se "mueven" sobre el circulo del reloj con velocidad angular constante ω_M y ω_H respectivamente. Luego, la "ecuación itinerario" para el minutero y el horario serā

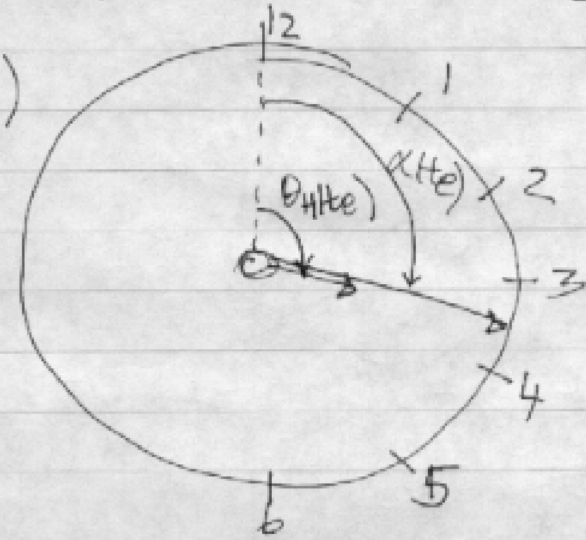
$$\theta_M(t) = \theta_{0M} + \omega_M t$$
$$\theta_H(t) = \theta_{0H} + \omega_H t$$

Ya calculamos ω_M y ω_H, pero necesitamos también θ_{0_M} y θ_{0_H}. Si medimos los angulos desde las 12^h (ver figura 1) y entonces, como el minutero recorre 2π radianes en 60 minutos, el 10 minutos abrá recorrido $2\pi \times \frac{10}{60} = \frac{2\pi}{6}$ radianes; es decir $\theta_{0_M} = \frac{2\pi}{6}$. Por otra parte θ_{0_H} sera igual a θ_{0_M} + lo que el horario se movio en 10 minutos del minutero. Como el horario recorre $\frac{2\pi}{12}$ radianes en 1 hora; en 10 minutos abrá recorrido $\frac{2\pi}{12} \times \frac{10}{60}$; luego

$$\theta_{0H} = \theta_{0M} + \frac{2\pi}{12 \times 6} = \frac{2\pi}{6} + \frac{2\pi}{6 \cdot 12}$$

Cuando se vuelvan a encontrar, tendremos:

$(t = t_e)$



Mirando con detención la geometría, tenemos que

$$\alpha(t_e) = \left[\theta_M(t_e) - \theta_{M_0} - 2\pi\right] + \theta_{M_0}$$

$$= \theta_M(t_e) - 2\pi$$

y la condición de encuentro será que

$$\theta_H(t_e) = \alpha(t_e) = \theta_M(t_e) - 2\pi \implies$$

$$\theta_{0H} + \omega_H t_e = \theta_{0M} + \omega_M t_e - 2\pi$$

$$2\pi\left(1 - \frac{1}{12}\right) t_e = 2\pi + (\theta_{0H} - \theta_{0M})$$

$$\frac{11}{12} t_e = 1 + \frac{(\theta_{0H} - \theta_{0M})}{2\pi}$$

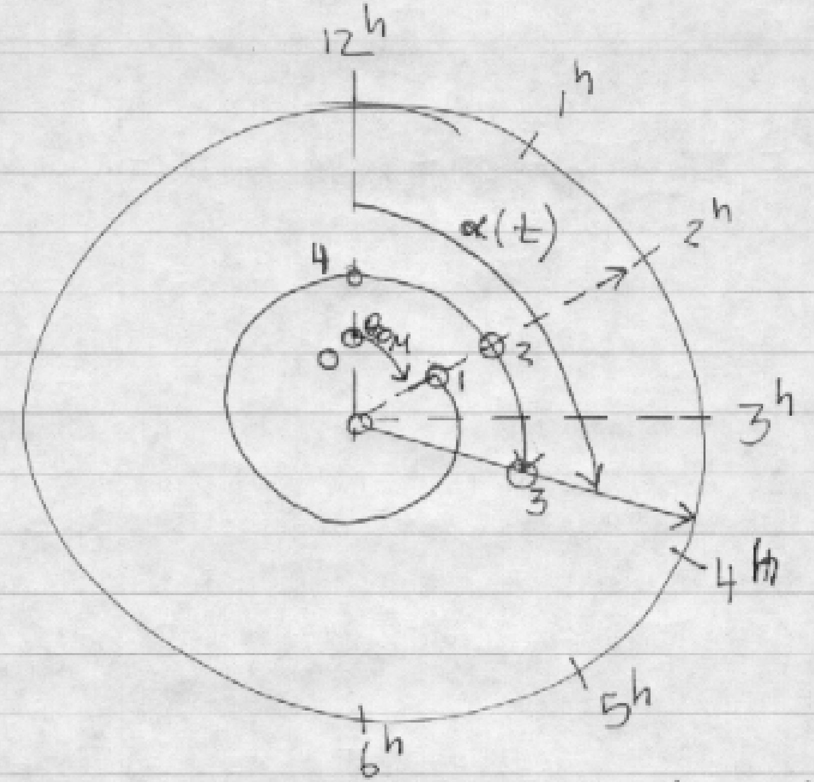
Pero $\theta_{0H} - \theta_{0M} = \frac{2\pi}{6 \cdot 12} \implies$

$$t_e = \frac{12}{11} + \frac{1}{66} \cong 1^h\, 6^m\, 22^s$$

$\Rightarrow$ se encuentran a las $\underline{15^h\, 16^m\, 22^s}$

NB: - Debido al enunciado si consideraron $\theta_{0H} = \theta_{0M}$; sera considerado bueno; en este caso se juntan a las $15^h\, 15^m\, 27^s$

- Idem; si consideran cuando el minutero pasa por el horario poquito pasado las $14^h\, 10^m$; en este caso $t_e = \frac{12}{11} \times \frac{(\theta_{0H} - \theta_{0M})}{2\pi} = \frac{1}{66} \Rightarrow 14^h\, 10^m\, 55^s$ encuentro.



$$\theta(0\to 3) = \theta_M(t_e) \qquad \theta(0\to 1) = \theta_{0M}$$

$$\theta(1\to 2) = 2\pi \qquad\qquad \theta_{0M} = \theta(4\to 2)$$

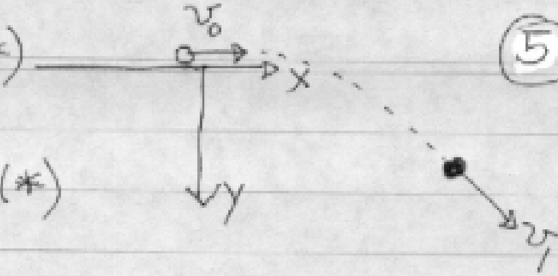
$$\alpha(t) = \theta(4\to 3) = \theta(0\to 3) - 2\pi = \theta_M(t_e) - 2\pi$$

$$= \underbrace{\theta(2\to 3)}_{\theta(0\to 3)-2\pi-\theta_{0M}} + \underbrace{\theta(4\to 2)}_{\theta_{0M}}$$

2 maneras de verlo, igual resultado...

$$= \left[\theta_M(t_e) - 2\pi - \theta_{0M}\right] + \theta_{0M} = \theta_M(t_e) - 2\pi$$

P2). $v_x = v_0 \qquad x = v_0 \cdot t \; (**)$



$v_y = g\,t \qquad y = \frac{1}{2} g t^2 \; (*)$

velocidad tiene 2 componentes. ⇒ rapidez ≡ módulo de la velocidad $= \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$$v_1 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2} \implies$$

$$g^2 t^2 = v_1^2 - v_0^2 \implies g\,t^2 = \frac{v_1^2 - v_0^2}{g}$$

⇒ reemplazando en (*)

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{v_1^2 - v_0^2}{g}\right) = \text{distancia vertical a } \underbrace{\quad\quad}_{\text{rapidez}} v_1$$

NB: $x = \frac{v_0}{g} \cdot \sqrt{v_1^2 - v_0^2}$ (no había que calcularlo)

cuando rapidez es v_1 (por (**))

Curiosidad: ¿Será que la distancia total recorrida es $\sqrt{x^2 + y^2}$??