

Pauta Pregunta 1 Control 3

Prof. N. Mujica

Aux. E. Quintana, G. Castillo, N. Rivas

Un proyectil es disparado verticalmente hacia arriba de tal forma que alcanza una altura máxima H en un tiempo T . En el punto más elevado de la trayectoria el proyectil explota dividiéndose en dos fragmentos de masas iguales. Tras un tiempo $T/2$, después de la explosión, uno de los fragmentos cae en el lugar del disparo. Despreciando el roce con el aire ¿Cuánto tiempo después impactará el segundo fragmento en el lugar de disparo?

Solución:

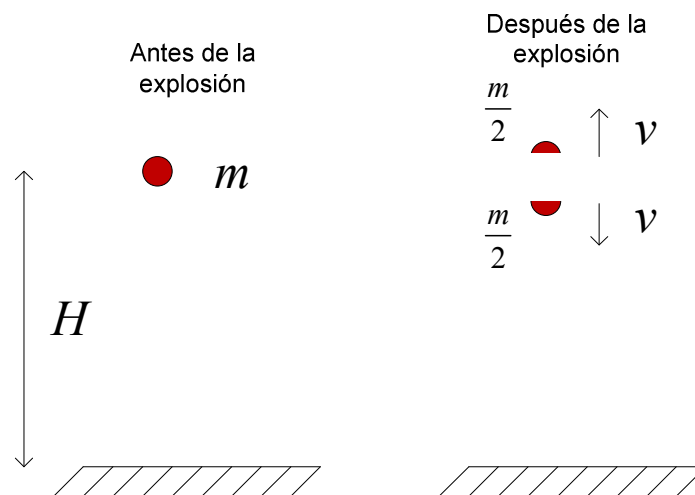


Figura 1

Después de la explosión lo único que se conserva es el momentum angular, luego si $\vec{p}_i = 0\hat{j}$, entonces se cumple que:

$$\vec{p}_f = \frac{m}{2} v_1 \hat{j} - \frac{m}{2} v_2 \hat{j} = \vec{p}_i = 0\hat{j}$$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 = v$$

Donde el fragmento 1 es el que se sale disparado hacia arriba y el fragmento 2 es el que sale disparado hacia abajo. Así, las ecuaciones de movimiento de los fragmentos son:

$$y_1(t) = H + vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y_2(t) = H - vt - \frac{1}{2}gt^2$$

Si el fragmento 2 llega al suelo en un tiempo $T/2$, entonces se cumple que:

$$0 = H - \frac{vT}{2} - \frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{2H}{T} - \frac{gT}{4} = \frac{8H - gT^2}{4T}$$

Luego el fragmento 1 llegará al suelo, cuando se cumple que:

$$0 = H + vt - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\Rightarrow t^2 - \frac{2v}{g}t - \frac{2H}{g} = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} \pm \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2H}{g}} = \frac{v}{g} \pm \frac{1}{g}\sqrt{v^2 + 2gH} = \frac{8H - gT^2}{4gT} \pm \frac{1}{g}\sqrt{\left(\frac{8H - gT^2}{4T}\right)^2 + 2gH}$$

$$\Rightarrow t = \frac{8H - gT^2}{4gT} \pm \frac{1}{4gT}\sqrt{(8H - gT^2)^2 + (4T)^2 \cdot 2gH}$$

$$\Rightarrow t = \frac{8H - gT^2 \pm \sqrt{64H^2 - 16gHT^2 + g^2T^4 + 32gHT^2}}{4gT}$$

$$\Rightarrow t = \frac{8H - gT^2 \pm \sqrt{(8H + gT^2)^2}}{4gT}$$

$$\Rightarrow t = \frac{8H - gT^2 \pm (8H + gT^2)}{4gT}$$

Se escoge el signo +, puesto que el signo menos arroja un tiempo negativo. Así:

$$\Rightarrow t = \frac{16H}{4gT} = \frac{4H}{gT}$$

Luego, el tiempo que se demora en caer el fragmento 2, después que cae el fragmento 1 es:

$$\Delta t = \frac{4H}{gT} - \frac{T}{2} = \frac{8H - gT^2}{2gT}$$