

Nivel I

18-1 Carga eléctrica

1. Al frotar una barra de plástico con un paño de lana, aquella adquiere una carga de $-0,8\mu\text{C}$. ¿Cuántos electrones se transfieren del paño de lana a la barra de plástico?
2. Una carga igual a la de un número de Avogadro ($N_A = 6,02 \times 10^{23}$) de protones se denomina un *faraday*. Calcular el número de culombios que hay en un faraday.
3. ¿Cuántos culombios de carga positiva existen en 1 kg de carbono? Doce gramos de carbono contienen el número de Avogadro de átomos y cada átomo posee seis protones y seis electrones.

18-2 Conductores y aislantes y carga por inducción

4. Explicar, mencionando cada etapa, cómo puede utilizarse una varilla aislante positivamente cargada para dar a una esfera de metal (a) una carga negativa, (b) una carga positiva. (c) ¿Puede utilizarse la misma varilla para dar a una esfera una carga positiva y a otra una carga negativa sin recargar la varilla?
5. Dos esferas conductoras sin carga con sus superficies metálicas en contacto, están apoyadas sobre una gran tabla de madera bien aislada. Una barra cargada positivamente se aproxima a una de las esferas por el lado opuesto a su punto de contacto con la otra esfera. (a) Describir las cargas inducidas sobre las dos esferas conductoras y representar las distribuciones de carga sobre ellas. (b) Las dos esferas se alejan entre sí y la barra cargada se separa. Dibujar las distribuciones de carga sobre las esferas separadas.

18-3 Ley de Coulomb

6. Una carga $q_1 = 4,0\mu\text{C}$ está en el origen y otra carga $q_2 = 6,0\mu\text{C}$ está en el eje x en el punto $x = 3,0\text{ m}$. (a) Hallar la fuerza ejercida sobre la carga q_2 . (b) Hallar la fuerza ejercida sobre q_1 . (c) ¿En qué diferirán estas respuestas (a) y (b), si q_2 vale $-6,0\mu\text{C}$?
7. Tres cargas puntuales están en el eje x ; $q_1 = -6,0\mu\text{C}$ está en $x = -3,0\text{ m}$, $q_2 = 4,0\mu\text{C}$ está en el origen y $q_3 = -6,0\mu\text{C}$ está en $x = 3,0\text{ m}$. Hallar la fuerza ejercida sobre q_1 .
8. Dos cargas iguales de $3,0\mu\text{C}$ están en el eje y , una en el origen y la otra en $y = 6\text{ m}$. Una tercera carga $q_3 = 2\mu\text{C}$ está en el eje x en $x = 8\text{ m}$. Hallar la fuerza ejercida sobre q_3 .

9. Tres cargas, cada una de magnitud 3 nC están en los vértices de un cuadrado de lado 5 cm . Las dos cargas en los vértices opuestos son positivas y la otra es negativa. Determinar la fuerza ejercida por estas cargas sobre una cuarta carga $q = +3\text{ nC}$ situada en el vértice restante.

10. Una carga de $5\mu\text{C}$ se encuentra sobre el eje y en $y = 3\text{ cm}$ y una segunda carga de $-5\mu\text{C}$ está sobre el eje y en $y = -3\text{ cm}$. Determinar la fuerza ejercida sobre una carga de $2\mu\text{C}$ situada sobre el eje x en $x = 8\text{ cm}$.

18-4 El campo eléctrico

11. Una carga de $4,0\mu\text{C}$ está en el origen. ¿Cuál es el valor y dirección del campo eléctrico en el eje x en (a) $x = 6\text{ m}$ y (b) $x = -10\text{ m}$? (c) Hacer un esquema de la función E_x respecto a x tanto para valores positivos como negativos de x . (Recuérdese que E_x es negativo cuando E señala en el sentido negativo de las x).

12. Dos cargas puntuales cada una de ellas de $+4\mu\text{C}$ están en el eje x , una en el origen y la otra en $x = 8\text{ m}$. Hallar el campo eléctrico sobre el eje x en (a) $x = -2\text{ m}$, (b) $x = 2\text{ m}$, (c) $x = 6\text{ m}$ y (d) $x = 10\text{ m}$. (e) ¿En qué punto del eje x es cero el campo eléctrico? (f) Hacer un esquema de E_x en función de x .

13. Dos cargas iguales positivas de valor $q_1 = q_2 = 6,0\text{ nC}$ están en el eje y en puntos $y_1 = +3\text{ cm}$ e $y_2 = -3\text{ cm}$. (a) ¿Cuál es el valor y dirección del campo eléctrico en el punto del eje x para el cual $x = 4\text{ cm}$? (b) ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre una carga de prueba $q_0 = 2\text{ nC}$ situada en el punto $x = 4\text{ cm}$?

14. Cuando se coloca una carga de prueba $q_0 = 2\text{ nC}$ en el origen, experimenta la acción de una fuerza de $8,0 \times 10^{-4}\text{ N}$ en la dirección positiva del eje de las y . (a) ¿Cuál es el campo eléctrico en el origen? (b) ¿Cuál sería la fuerza que se ejercería sobre una carga de -4 nC situada en el origen? (c) Si esta fuerza fuera debida a una carga situada sobre el eje y para $y = 3\text{ cm}$, ¿cuál sería el valor de dicha carga?

15. Una gota de aceite tiene una masa de $4 \times 10^{-14}\text{ kg}$ y una carga neta de $4,8 \times 10^{-19}\text{ C}$. Una fuerza eléctrica dirigida hacia arriba equilibra justamente la fuerza dirigida hacia abajo de la gravedad, de tal modo que la gota de aceite queda en reposo. ¿Cuál es la dirección y magnitud del campo eléctrico?

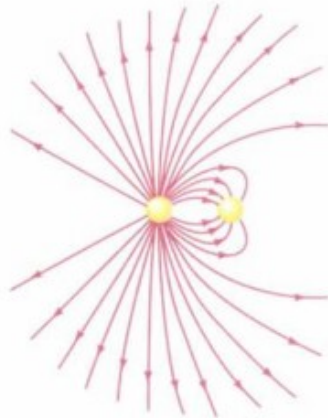
16. La Tierra tiene un campo eléctrico cerca de su superficie que es aproximadamente 150 N/C y que está dirigido hacia

abajo. (a) Comparar la fuerza eléctrica ascendente ejercida sobre un electrón con la fuerza gravitatoria dirigida hacia abajo. (b) ¿Qué carga debería suministrarse a una moneda de 3 g para que el campo eléctrico equilibrase su peso cerca de la superficie de la Tierra?

18-5 Líneas de campo eléctrico

17. La figura 18-26 muestra las líneas de fuerza correspondientes a un sistema de dos cargas puntuales. (a) ¿Cuáles son los valores relativos de las cargas? (b) ¿Cuáles son los signos de las cargas? (c) ¿En qué regiones del espacio es más intenso el campo eléctrico? ¿En cuáles es más débil?

Figura 18-26 Líneas de campo eléctrico (problema 17).

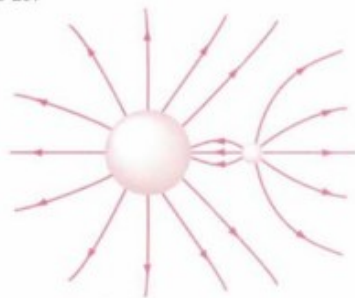


18. Dos cargas $+q$ y $-3q$ están separadas una distancia pequeña. Dibujar las líneas de fuerza para este sistema.

19. Tres cargas puntuales positivas iguales están situadas en los vértices de un triángulo equilátero. Hacer un esquema de las líneas de fuerzas en el plano del triángulo.

20. Dos esferas conductoras, cada una con una carga neta positiva se mantienen próximas de modo que las líneas de campo eléctrico son las indicadas en la figura 18-27. ¿Cuál es la carga relativa de la esfera pequeña comparada con la grande?

Figura 18-27 Problema 20.



18-6 Movimiento de cargas puntuales en campos eléctricos

21. Al hallar la aceleración del electrón o de otra partícula cargada tiene una importancia especial el cociente entre la carga y la masa de la partícula. (a) Calcular e/m para un electrón. (b) ¿Cuál es el valor y dirección de la aceleración de un electrón en un campo eléctrico uniforme de valor 100 N/C?

(c) La mecánica no relativista puede utilizarse sólo si la velocidad del electrón es bastante menor que la velocidad de la luz c . Calcular el tiempo que emplea un electrón situado en reposo en el interior de un campo eléctrico de valor 100 N/C para alcanzar una velocidad de $0,01 c$. (d) ¿Qué distancia recorrerá el electrón en este tiempo?

22. (a) Calcular e/m para un protón y hallar su aceleración en un campo eléctrico uniforme de valor 100 N/C. (b) Hallar el tiempo que tarda un protón inicialmente en reposo en dicho campo en alcanzar la velocidad de $0,01 c$ (siendo c la velocidad de la luz).

23. Un electrón tiene una velocidad inicial de 2×10^6 m/s en la dirección y sentido del eje de las x . Entra en el interior de un campo eléctrico uniforme $E = (400 \text{ N/C})\mathbf{j}$ que tiene la dirección y . (a) Hallar la aceleración del electrón. (b) ¿Cuánto tiempo tardará el electrón en recorrer 10 cm en la dirección x ? (c) ¿Cuál será el valor y la dirección de la desviación del electrón después de haber recorrido 10 cm en la dirección x ?

24. Un electrón se mueve en una órbita circular alrededor de un protón estacionario. La fuerza centrípeta surge de la fuerza electrostática de atracción entre el protón y el electrón. El electrón posee una energía cinética de $2,18 \times 10^{-18}$ J. (a) ¿Cuál es la velocidad del electrón? (b) ¿Cuál es el radio de la órbita del electrón?

18-7 Dipolos eléctricos en campos eléctricos

25. Dos cargas puntuales $q_1 = 2,0 \text{ pC}$ y $q_2 = -2,0 \text{ pC}$ están separadas a una distancia de $4 \text{ }\mu\text{m}$. (a) ¿Cuál es el momento dipolar de este par de cargas? (b) Hacer un dibujo del par e indicar la dirección y sentido del momento dipolar.

26. Un dipolo de momento $0,5 \text{ e}\cdot\text{nm}$ se coloca en el interior de un campo eléctrico uniforme de valor $4,0 \times 10^4 \text{ N/C}$. ¿Cuál es el valor del momento ejercido sobre el dipolo cuando (a) el dipolo es paralelo al campo eléctrico, (b) el dipolo es perpendicular al campo eléctrico, y (c) el dipolo forma un ángulo de 30° con el campo eléctrico? (d) Determinar la energía potencial del dipolo en el campo eléctrico en cada caso.

Nivel II

27. En el cobre existe aproximadamente un electrón libre por cada átomo. Una moneda de cobre posee una masa de 3 g. (a) ¿Qué porcentaje de la carga libre debería extraerse de la moneda para que ésta adquiriese una carga de $15 \text{ }\mu\text{C}$? (Véase ejemplo 18-1.) (b) ¿Cuál sería la fuerza de repulsión entre dos monedas transportando esta carga si estuvieran separadas una distancia de 25 cm? Suponer que las monedas son cargas puntuales.

28. Una carga puntual de $-5 \text{ }\mu\text{C}$ está localizada en $x = 4 \text{ m}$, $y = -2 \text{ m}$. Una segunda carga puntual de $12 \text{ }\mu\text{C}$ está localizada en $x = 1 \text{ m}$, $y = 2 \text{ m}$. (a) Determinar la magnitud y dirección del campo eléctrico en $x = -1 \text{ m}$, $y = 0$. (b) Calcular la magnitud y dirección de la fuerza sobre un electrón situado en $x = -1 \text{ m}$, $y = 0$.

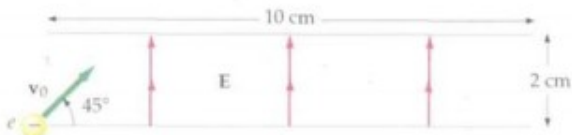
29. Una carga puntual de $5 \text{ }\mu\text{C}$ está localizada en $x = 1 \text{ m}$, $y = 3 \text{ m}$ y otra de $-4 \text{ }\mu\text{C}$ está localizada en $x = 2 \text{ m}$, $y = -2 \text{ m}$. (a) Determinar la magnitud y dirección del campo eléctrico en $x = -3 \text{ m}$, $y = 1 \text{ m}$. (b) Determinar la magnitud y dirección de la fuerza sobre un protón en $x = -3 \text{ m}$, $y = 1 \text{ m}$.

30. Una carga puntual de $-2,5 \text{ }\mu\text{C}$ está localizada en el origen. Una segunda carga puntual de $6 \text{ }\mu\text{C}$ se encuentra en $x = 1 \text{ m}$, $y = 0,5 \text{ m}$. Determinar las coordenadas x y y de la posición en la cual un electrón estaría en equilibrio.

31. Una partícula sale del origen con una velocidad de 3×10^6 m/s, formando un ángulo de 35° con el eje x . Se mueve en un campo eléctrico constante $E = E_y \mathbf{j}$. Determinar E_y para que la partícula cruce el eje x en $x = 1,5$ cm si (a) se trata de un electrón y (b) es un protón.

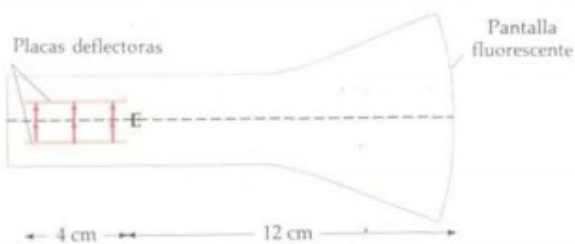
32. Un electrón parte de la posición indicada en la figura 18-28 con una velocidad inicial $v_0 = 5 \times 10^6$ m/s formando un ángulo de 45° con el eje x . El campo eléctrico tiene la dirección y positiva y su magnitud es de $3,5 \times 10^3$ N/C. ¿Sobre cuál placa y en qué lugar chocará el electrón?

Figura 18-28 Electrón moviéndose en un campo eléctrico uniforme (problema 32).



33. Un electrón cuya energía cinética es 2×10^{-16} J se mueve hacia la derecha a lo largo del eje de un tubo de rayos catódicos como se indica en la figura 18-29. En la región comprendida entre las placas deflectoras existe un campo eléctrico de valor $E = (2 \times 10^4$ N/C) \mathbf{j} . En cualquier otro sitio $E = 0$. (a) ¿A qué distancia del eje del tubo se encuentra el electrón cuando alcanza el extremo de las placas? (b) ¿Bajo qué ángulo respecto al eje se mueve el electrón? (c) ¿A qué distancia del eje se encuentra el electrón cuando choca contra la pantalla fluorescente?

Figura 18-29 Electrón en un tubo de rayos catódicos (problema 33).



34. Cuatro cargas del mismo valor están dispuestas en los vértices de un cuadrado de lado L , según se ve en la figura 18-30. (a) Hallar el valor y dirección de la fuerza ejercida sobre la carga situada en el vértice inferior izquierdo por las otras cargas. (b) Demostrar que el campo eléctrico debido a las cuatro cargas en el punto medio de uno de los lados del cuadrado está dirigido a lo largo de dicho lado hacia la carga negativa y que su valor es

$$E = k \frac{8q}{L^2} \left(1 - \frac{\sqrt{5}}{25} \right)$$

35. Dos cargas q_1 y q_2 cuando se combinan dan una carga total de $6 \mu\text{C}$. Cuando están separadas 3 m la fuerza ejercida por una carga sobre la otra tiene un valor de 8 mN. Hallar q_1 y q_2 si (a) ambas son positivas de modo que se repelen entre sí y (b) una es positiva y la otra es negativa de modo que se atraen entre sí.

Figura 18-30 Problema 34.



36. Una carga positiva Q ha de dividirse en dos cargas positivas q_1 y q_2 . Demostrar que para una separación dada D , la fuerza ejercida por una carga sobre la otra es máxima si $q_1 = q_2 = \frac{1}{2} Q$.

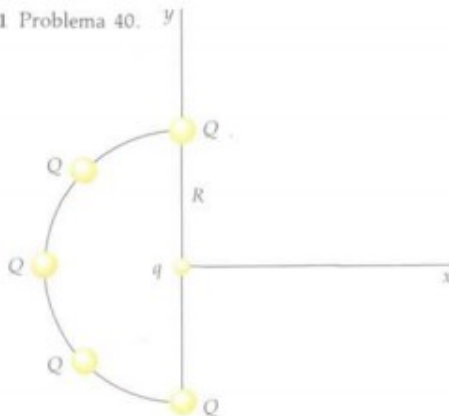
37. Dos cargas positivas iguales q están en el eje y ; una está en $y = a$ y la otra en $y = -a$. (a) Demostrar que el campo eléctrico en el eje x está dirigido a lo largo de dicho eje con $E_x = 2kqx(x^2 + a^2)^{-3/2}$. (b) Demostrar que cercano al origen, cuando x es mucho menor que a , E_x vale aproximadamente $2kqx/a^3$. (c) Demostrar que para x mucho mayor que a , E_x es aproximadamente $2kq/x^2$. Explicar por qué deberá esperarse este resultado incluso antes de ser calculado.

38. (a) Demostrar que el campo eléctrico para la distribución de cargas del problema 37 tiene su máximo valor en los puntos $x = a/\sqrt{2}$ y $x = -a/\sqrt{2}$ calculando dE_x/dx y haciendo la derivada igual a cero. (b) Hacer un esquema de la función E_x en función de x utilizando los resultados de la parte (a) y de las partes (b) y (c) del problema 37.

39. Un dipolo eléctrico está formado por una carga positiva q sobre el eje x en $x = a$ y una carga negativa $-q$ sobre el eje x en $x = -a$. Determinar la magnitud y dirección del campo eléctrico en un punto y del eje y y demostrar que para $y \gg a$, el campo es aproximadamente $E = -(kp/y^3)\mathbf{i}$, en donde p es la magnitud del momento dipolar.

40. Cinco cargas iguales Q están igualmente espaciadas en un semicírculo de radio R como indica la figura 18-31. Determinar la fuerza que se ejerce sobre una carga q localizada en el centro del semicírculo.

Figura 18-31 Problema 40.

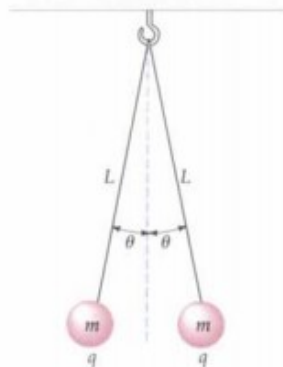


41. Dos pequeñas esferas de masa m están suspendidas de un punto común mediante cuerdas de longitud L . Cuando cada una de las esferas transporta la carga q , cada cuerda forma un ángulo θ con la vertical como indica la figura 18-32. (a) Demostrar que la carga q viene dada por

$$q = 2L \operatorname{sen} \theta \sqrt{\frac{mg \operatorname{tg} \theta}{k}}$$

en donde k es la constante de Coulomb. (b) Determinar q si $m = 10$ g, $L = 50$ cm y $\theta = 10^\circ$.

Figura 18-32 Problema 41.



42. Una molécula de agua tiene su átomo de oxígeno en el origen, un núcleo de hidrógeno en $x = 0,077$ nm, $y = 0,058$ nm y el otro núcleo de hidrógeno en $x = -0,077$ nm, $y = 0,058$ nm. Si los electrones del hidrógeno se transfieren completamente al átomo de oxígeno de modo que éste adquiere una carga de $-2e$, ¿cuál será el momento dipolar de la molécula de agua? Esta caracterización de los enlaces químicos del agua, totalmente iónicos, sobrestima el momento dipolar de una molécula de agua.

Nivel III

43. Para la distribución de cargas del problema 37 el campo eléctrico en el origen es cero. Una carga de prueba q_0 situada en el origen estará por tanto en equilibrio. (a) Estudiar la estabilidad del equilibrio para una carga de prueba positiva considerando desplazamientos pequeños del equilibrio a lo largo del eje x y desplazamientos pequeños a lo largo del eje y . (b) Repetir la parte (a) para una carga de prueba negativa. (c) Hallar el valor y signo de una carga q_0 que puede situarse en el origen de modo que la fuerza neta sobre cada una de las tres cargas sea cero. (d) Considerar qué ocurre si cualquiera de las cargas se desplaza ligeramente del equilibrio.

44. Dos cargas puntuales positivas $+q$ están sobre el eje y en $y = +a$ e $y = -a$ como en el problema 37. Una cuenta de collar de masa m transportando una carga negativa $-q$ desliza a lo largo de una cuerda situada sobre el eje x . (a) Mostrar

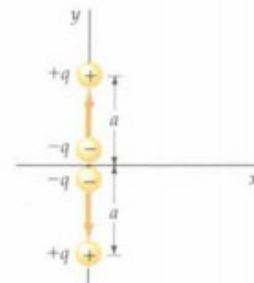
que para pequeños desplazamientos de $x \ll a$, la cuenta experimenta una fuerza de restitución proporcional a x y, por tanto, experimenta un movimiento armónico simple. (b) Determinar el período del movimiento.

45. Un dipolo eléctrico se compone de dos cargas $+q$ y $-q$ separadas a una distancia muy pequeña $2a$. Su centro está en el eje x en $x = x_1$ y señala a lo largo del mismo hacia los valores positivos de las x . El dipolo está en el interior de un campo eléctrico no uniforme que tiene también la dirección de las x dado por $E = Cx\hat{i}$, siendo C una constante. (a) Hallar la fuerza ejercida sobre la carga positiva y la ejercida sobre la carga negativa y demostrar que la fuerza neta sobre el dipolo es $Cp\hat{i}$. (b) Demostrar que en general, si un dipolo de momento p yace sobre el eje x en un campo eléctrico que tiene la dirección x , la fuerza neta sobre el dipolo viene dada aproximadamente por $(dE_x/dx)p\hat{i}$.

46. Una carga puntual positiva $+Q$ está en el origen y un dipolo de momento p está a una distancia r teniendo una dirección radial respecto al origen, según se ve en la figura 18-23. (a) Demostrar que la fuerza ejercida por el campo eléctrico de la carga puntual sobre el dipolo es atractiva con un valor aproximado de $2kQp/r^3$ (ver problema 45). (b) Considerar ahora que el dipolo está en el origen y que una carga puntual Q está a una distancia r sobre la línea del dipolo. A partir del resultado de la parte (a) y la tercera ley de Newton, demostrar que el valor del campo eléctrico del dipolo a lo largo de la línea del dipolo y a una distancia r del mismo es aproximadamente $2kp/r^3$.

47. Un cuadrupolo consta de dos dipolos próximos entre sí como indica la figura 18-33. La carga efectiva en el origen es $-2q$ y las otras cargas sobre el eje y en $y = a$ e $y = -a$ valen cada una $+q$. (a) Hallar el valor del campo eléctrico en un punto sobre el eje x a gran distancia de manera que $x \gg a$. (b) Hallar el valor del campo eléctrico en un punto sobre el eje y de la manera que $y \gg a$.

Figura 18-33 Problema 47.



Nivel I

19-1 Cálculo del campo eléctrico mediante la ley de Coulomb

- Una carga lineal uniforme de densidad $\lambda = 3,5 \text{ nC/m}$ se distribuye desde $x=0$ a $x=5 \text{ m}$. (a) ¿Cuál es la carga total? Determinar el campo eléctrico sobre el eje x en (b) $x=6 \text{ m}$, (c) $x=9 \text{ m}$, y (d) $x=250 \text{ m}$. (e) Determinar el campo en $x=250 \text{ m}$ usando la aproximación de que se trata de una carga puntual en el origen y comparar el resultado con el obtenido exactamente en (d).
- Dos planos de carga verticales e infinitos son paralelos y están separados entre sí por una distancia $d=4 \text{ m}$. Determinar el campo eléctrico a la izquierda de los planos, a su derecha y entre ambos cuando (a) cada plano posee una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = +3 \mu\text{C/m}^2$ y (b) el plano izquierdo tiene una densidad de carga $\sigma = +3 \mu\text{C/m}^2$ y el derecho $\sigma = -3 \mu\text{C/m}^2$. Dibujar las líneas de campo eléctrico en cada caso.
- Una carga de $2,75 \mu\text{C}$ está uniformemente distribuida sobre un anillo de radio $8,5 \text{ cm}$. Determinar el campo eléctrico sobre el eje en (a) $1,2 \text{ cm}$, (b) $3,6 \text{ cm}$ y (c) $4,0 \text{ m}$ desde el centro del anillo. (d) Determinar el campo en $4,0 \text{ m}$ con la aproximación de que el anillo es una carga puntual en el origen y comparar el resultado con el obtenido en (c).
- Un disco de radio $2,5 \text{ cm}$ es portador de una densidad de carga superficial uniforme de $3,6 \mu\text{C/m}^2$. Utilizando aproximaciones razonables determinar el campo eléctrico sobre el eje a distancia de (a) $0,01 \text{ cm}$, (b) $0,04 \text{ cm}$, (c) 5 m y (d) 5 cm .
- Con el disco de carga del problema 4, calcular exactamente el campo eléctrico sobre el eje a distancia de (a) $0,04 \text{ cm}$ y (b) 5 m y comparar los resultados con los correspondientes a las partes (b) y (c) del problema 4.
- Una carga lineal uniforme se extiende desde $x = -2,5 \text{ cm}$ a $x = +2,5 \text{ cm}$ y posee una densidad de carga lineal $\lambda = 4,5 \text{ nC/m}$. (a) Determinar la carga total. Hallar el campo eléctrico sobre el eje y en (b) $y = 4 \text{ cm}$, (c) $y = 12 \text{ cm}$, y (d) $y = 4,5 \text{ m}$. (e) Determinar el campo en $y = 4,5 \text{ m}$ suponiendo que la carga es puntual y comparar el resultado con el obtenido en (d).
- Un disco de radio a se encuentra sobre el plano yz con su eje a lo largo del eje x y es portador de una densidad de carga superficial uniforme σ . Determinar el valor de x para el cual $E_x = \frac{1}{2}\sigma/2\epsilon_0$.

8. Un anillo de radio a con un centro en el origen y su eje a lo largo del eje x posee una carga total Q . Determinar E_x en (a) $x=0,2a$, (b) $x=0,5a$, (c) $x=0,7a$, (d) $x=a$ y (e) $x=2a$. (f) Utilizar los resultados obtenidos para representar E_x en función de x para ambos valores positivo y negativo de x .

9. Repetir el problema 8 para un disco de densidad de carga superficial uniforme σ .

19-2 Ley de Gauss

- Consideremos un campo eléctrico uniforme $E = (2 \text{ kN/C})\mathbf{i}$. (a) ¿Cuál es el flujo de este campo a través de un cuadrado de 10 cm de lado cuyo plano es paralelo al plano yz ? (b) ¿Cuál es el flujo que atraviesa el mismo cuadrado si la normal a su plano forma un ángulo de 30° con el eje x ?
- Una sola carga puntual $q = +2 \mu\text{C}$ está en el origen. Una superficie esférica de $3,0 \text{ m}$ de radio tiene su centro en el eje x en el punto $x=5 \text{ m}$. (a) Dibujar las líneas de fuerza correspondientes a la carga puntual. ¿Hay líneas que entran en la superficie esférica? (b) ¿Cuál es el número neto de líneas que salen de la superficie esférica contando los que entran como negativos? (c) ¿Cuál es el flujo neto del campo eléctrico debido a la carga puntual que atraviesa la superficie esférica?
- Un campo eléctrico vale $E = (200 \text{ N/C})\mathbf{i}$ para $x > 0$ y $E = (-200 \text{ N/C})\mathbf{i}$ para $x < 0$. Un cilindro circular recto de 20 cm de longitud y 5 cm de radio tiene su centro en el origen y su eje está situado a lo largo del eje x de modo que una de las caras está en $x = +10 \text{ cm}$ y la otra en $x = -10 \text{ cm}$. (a) ¿Cuál es el flujo saliente que atraviesa cada cara? (b) ¿Cuál es el flujo que atraviesa la parte lateral del cilindro? (c) ¿Cuál es el flujo neto saliente que atraviesa toda la superficie cilíndrica? (d) ¿Cuál es la carga neta en el interior del cilindro?
- Una carga puntual positiva q está en el centro de un cubo de arista L . Se dibujan saliendo de la carga puntual un gran número N de líneas de fuerza. (a) ¿Cuántas de estas líneas pasan a través de la superficie del cubo? (b) ¿Cuántas líneas pasan a través de cada cara (admitiéndose que ninguna de ellas corta las aristas o vértices)? (c) ¿Cuál es el flujo neto hacia fuera del campo eléctrico a través de la superficie cúbica? (d) Utilizar el razonamiento de simetría para hallar el flujo del campo eléctrico que atraviesa una cara del cubo. (e) ¿Alguna de estas respuestas variaría si la carga estuviera en el interior del cubo pero no en su centro?
- Medidas cuidadosas del campo eléctrico en la superficie de una caja negra indican que el flujo saliente neto a través de la superficie de la caja es $6,0 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}$. (a) ¿Cuál es la

carga neta en el interior de la caja? (b) Si el flujo saliente neto a través de la superficie de la caja fuese cero, ¿podría obtenerse la conclusión de que no hay ninguna carga en el interior de la caja? ¿Por qué o por qué no?

15. Una carga puntual $q = +2 \mu\text{C}$ está en el centro de una esfera de $0,5 \text{ m}$ de radio. (a) Hallar el área superficial de la esfera. (b) Hallar el valor del campo eléctrico en los puntos situados en la superficie de la esfera. (c) ¿Cuál es el flujo del campo eléctrico debido a la carga puntual a través de la superficie de la esfera? (d) ¿Variaría la respuesta dada a la parte (c) si se moviese la carga puntual de modo que estuviese dentro de la esfera pero no en el centro? (e) ¿Cuál es el flujo neto que atraviesa un cubo de 1 m de arista que circunscribe la esfera?

16. Dado que la ley de Newton de la gravedad y la ley de Coulomb poseen la misma dependencia con la inversa del cuadrado de la distancia, es posible determinar una expresión análoga a la ley de Gauss para los campos gravitatorios. El campo gravitatorio g es la fuerza por unidad de masa para una masa testigo m_0 . Por tanto, para una masa m en el origen, el campo gravitatorio g en una posición r es

$$g = -\frac{Gm}{r^2} \hat{r}$$

Calcular el flujo del campo gravitatorio a través de una superficie esférica de radio r centrada en el origen y demostrar que la ecuación análoga gravitatoria de la ley de Gauss es $\phi_{\text{gnto}} = -4\pi Gm_{\text{interna}}$.

19-3 Cálculo del campo eléctrico mediante la ley de Gauss

17. Una corteza esférica de radio 6 cm posee una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = 9 \text{ nC/m}^2$. (a) ¿Cuál es la carga total sobre la corteza? Determinar el campo eléctrico en (b) $r = 2 \text{ cm}$, (c) $r = 5,9 \text{ cm}$, (d) $r = 6,1 \text{ cm}$ y (e) $r = 10 \text{ cm}$.

18. Una esfera de radio 6 cm posee una densidad de carga volumétrica uniforme $\rho = 450 \text{ nC/m}^3$. (a) ¿Cuál es la carga total de la esfera? Determinar el campo eléctrico en (b) $r = 2 \text{ cm}$, (c) $r = 5,9 \text{ cm}$, (d) $r = 6,1 \text{ cm}$ y (e) $r = 10 \text{ cm}$.

19. Una capa cilíndrica de 12 m de longitud y 6 cm de radio posee una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = 9 \text{ nC/m}^2$. (a) ¿Cuál es la carga total sobre la corteza? Determinar el campo eléctrico en (b) $r = 2 \text{ cm}$, (c) $r = 5,9 \text{ cm}$, (d) $r = 6,1 \text{ cm}$ y (e) $r = 10 \text{ cm}$.

20. Un cilindro de longitud 12 m y radio 6 cm posee una densidad de carga volumétrica uniforme $\rho = 300 \text{ nC/m}^3$. (a) ¿Cuál es la carga total del cilindro? Determinar el campo eléctrico en (b) $r = 2 \text{ cm}$, (c) $r = 5,9 \text{ cm}$, (d) $r = 6,1 \text{ cm}$ y (e) $r = 10 \text{ cm}$.

21. Una corteza esférica de radio R_1 posee una carga total q_1 uniformemente distribuida en su superficie. Una segunda corteza esférica mayor de radio R_2 concéntrica con la anterior posee una carga q_2 uniformemente distribuida en su superficie. (a) Utilizar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico en las regiones $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ y $r > R_2$. (b) ¿Cuál deberá ser el cociente de las cargas q_1/q_2 y su signo relativo para que el campo eléctrico sea cero para $r > R_2$? (c) Hacer un esquema de las líneas de fuerza para el caso indicado en la parte (b).

22. Consideremos dos cortezas cilíndricas concéntricas infinitamente largas. La corteza interior tiene un radio R_1 y posee una densidad de carga superficial uniforme σ_1 , mientras que la exterior tiene un radio R_2 y una densidad de carga superficial uniforme σ_2 . (a) Utilizar la ley de Gauss para hallar el campo eléctrico en las regiones $r < R_1$, $R_1 < r < R_2$ y $r > R_2$. (b) ¿Cuál deberá ser el cociente σ_2/σ_1 y el signo relativo

de ambas para que el campo eléctrico sea cero cuando $r > R_2$? ¿Cuál es entonces el campo eléctrico entre las cortezas? (c) Hacer un esquema de las líneas de fuerza en el caso indicado en la parte (b).

23. Sobre el plano yz tenemos una carga superficial no uniforme. En el origen, la densidad de carga superficial es $\sigma = 3,10 \mu\text{C/m}^2$. En el espacio existen otras distribuciones de carga. Justo a la derecha del origen, el componente x del campo eléctrico es $E_x = 4,65 \times 10^3 \text{ N/C}$. ¿Cuál es el valor de E_x justo a la izquierda del origen?

19-4 Carga y campo en la superficie de los conductores

24. Una moneda está en el interior de un campo eléctrico externo de valor $1,6 \text{ kN/C}$ cuya dirección es perpendicular a sus caras. (a) Hallar las densidades de carga en cada cara de la moneda suponiendo que son planas. (b) Si el radio de la moneda es 1 cm , ¿cuál es la carga total en una cara?

25. Un bloque metálico sin carga tiene caras cuadradas de 12 cm de lado. Se coloca dentro de un campo eléctrico externo que es perpendicular a sus caras. ¿Cuál es el valor del campo eléctrico, si la carga total inducida sobre una de las caras del bloque es $1,2 \text{ nC}$?

26. Una carga de 6 nC se coloca uniformemente sobre una hoja cuadrada de material no conductor de 20 cm de lado situado en el plano yz . (a) ¿Cuál es la densidad de carga σ ? (b) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico a la derecha y a la izquierda de la hoja? (c) Se coloca la misma carga sobre un bloque cuadrado conductor de 20 cm de lado y 1 mm de espesor. ¿Cuál es la densidad de carga σ ? (Admitir que la carga se distribuye por sí misma de modo uniforme en las superficies del bloque cuadrado.) (d) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico justo a la derecha y a la izquierda de cada cara del bloque?

27. Una corteza conductora esférica con una carga neta cero tiene un radio interior a y un radio exterior b . Se coloca una carga puntual q en el centro de la cavidad. (a) Utilizar la ley de Gauss y las propiedades de los conductores en equilibrio para hallar el campo eléctrico en cada una de las regiones $r < a$, $a < r < b$ y $b < r$. (b) Dibujar las líneas de fuerza para este caso. (c) Determinar la densidad de carga en la superficie interna ($r = a$) y en la superficie externa ($r = b$) de la corteza.

19-5 Deducción matemática de la ley de Gauss (Opcional)

No se proponen problemas para esta sección.

Nivel II

28. El campo eléctrico justo por encima de la superficie de la Tierra, medido experimentalmente es de 150 N/C , dirigido hacia abajo. ¿Qué carga total sobre la Tierra está implicada en esta medida?

29. En una región particular de la atmósfera terrestre, se ha medido el campo eléctrico sobre la superficie de la Tierra resultando ser de 150 N/C a una altura de 250 m y de 170 N/C a 400 m , en ambos casos dirigido hacia abajo. Calcular la densidad de carga volumétrica de la atmósfera suponiendo que es uniforme entre 250 y 400 m . (Puede despreciarse la curvatura de la Tierra. ¿Por qué?)

30. Una carga lineal infinita de densidad lineal uniforme $\lambda = -1,5 \mu\text{C/m}$ es paralela al eje y en $x = -2 \text{ m}$. Una carga puntual de $1,3 \mu\text{C}$ está localizada en $x = 1 \text{ m}$, $y = 2 \text{ m}$. Determinar el campo eléctrico en $x = 2 \text{ m}$, $y = 1,5 \text{ m}$.

31. Una esfera sólida de $1,2 \text{ m}$ de diámetro con su centro sobre el eje x en $x = 4 \text{ m}$, transporta una carga volumétrica unifor-

me de densidad $\rho = 5 \mu\text{C}/\text{m}^3$. Una corteza esférica concéntrica con la esfera tiene un diámetro de 2,4 m y una densidad de carga superficial uniforme $\sigma = -1,5 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Calcular la magnitud y dirección del campo eléctrico en (a) $x = 4,5 \text{ m}$, $y = 0$; (b) $x = 4,0 \text{ m}$, $y = 1,1 \text{ m}$; y (c) $x = 2,0 \text{ m}$, $y = 3,0 \text{ m}$.

32. Dos planos infinitos de carga son paralelos entre sí y paralelos al plano yz . Uno de ellos corresponde a $x = -2 \text{ m}$ y su densidad superficial de carga es $\sigma = -3,5 \mu\text{C}/\text{m}^2$. El otro corresponde a $x = 2 \text{ m}$ y $\sigma = 6,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Determinar el campo eléctrico para (a) $x < -2 \text{ m}$, (b) $-2 \text{ m} < x < 2 \text{ m}$ y (c) $x > 2 \text{ m}$.

33. Un modelo atómico posee una carga puntual nuclear positiva $+Ze$ incluida en una esfera electrónica rígida de radio R de carga total $-Ze$, uniformemente distribuida por toda la esfera. (a) En un campo eléctrico externo nulo, ¿dónde está la posición de equilibrio de la carga puntual nuclear? (b) Si no hay campo eléctrico externo, ¿dónde está la posición de equilibrio de la carga nuclear puntual, respecto al centro de la esfera electrónica cargada negativamente? (c) ¿Cuál es el momento dipolar eléctrico inducido por el campo E_0 para este modelo atómico?

34. Demostrar que el campo E_x sobre el eje de una carga anular de radio a tiene sus valores máximo y mínimo en $x = +a/\sqrt{2}$ y $x = -a/\sqrt{2}$. Representar E_x en función de x para ambos valores positivo y negativo de x .

35. Una carga puntual positiva de magnitud $2,5 \mu\text{C}$, se encuentra en el centro de una corteza conductora esférica sin carga, de radio interior 60 cm y de radio exterior 90 cm. (a) Determinar las densidades de carga sobre las superficies interior y exterior de la corteza y la carga total sobre cada superficie. (b) Determinar el campo eléctrico en cualquier punto. (c) Repartir (a) y (b) para el caso en que una carga neta de $-3,5 \mu\text{C}$ se sitúa sobre la corteza.

36. Una lámina conductora cuadrada con lados de 5 m es portadora de una carga neta de $80 \mu\text{C}$. (a) Determinar la densidad de carga sobre cada cara de la lámina y el campo eléctrico justo en el exterior de una cara de la lámina. (b) La lámina se sitúa a la derecha de un plano infinito no conductor, cargado con una densidad de $2,0 \mu\text{C}/\text{m}^2$ y de modo que las caras de la lámina son paralelas al plano. Determinar el campo eléctrico sobre cada cara de la lámina lejos de los bordes y la densidad de carga sobre cada cara.

37. (a) Una carga lineal finita de densidad de carga lineal λ está situada sobre el eje x desde $x = 0$ a $x = a$. Demostrar que el componente y del campo eléctrico en un punto sobre el eje y viene dado por

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \sin \theta_1 = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

en donde θ_1 es el ángulo subtendido por la carga lineal en el punto del campo. (b) Demostrar que si la carga lineal se extiende desde $x = -b$ a $x = a$, el componente y del campo eléctrico en un punto sobre el eje y viene dado por

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2)$$

en donde $\sin \theta_2 = b/\sqrt{y^2 + b^2}$.

38. Suponer que se pincha un pequeño orificio a través de la pared de una corteza esférica delgada uniformemente cargada, cuya densidad de carga superficial es σ . Determinar el campo eléctrico próximo al centro del orificio.

39. Un plano infinito de carga de densidad superficial $\sigma_1 = 3 \mu\text{C}/\text{m}^2$ es paralelo al plano xz en $y = -0,6 \text{ m}$. Un

segundo plano infinito de densidad superficial de carga $\sigma_2 = -2 \mu\text{C}/\text{m}^2$ es paralelo al plano yz en $x = 1 \text{ m}$. Una esfera de radio 1 m con su centro en el plano xy en la intersección de los planos cargados ($x = 1 \text{ m}$, $y = -0,6 \text{ m}$) posee una densidad de carga superficial $\sigma_3 = -3 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Determinar la magnitud y dirección del campo eléctrico sobre el eje x en (a) $x = 0,4 \text{ m}$ y (b) $x = 2,5 \text{ m}$.

40. Una corteza cilíndrica infinitamente larga, coaxial con el eje y tiene un radio de 15 cm. Posee una densidad superficial y uniforme de carga $\sigma = 6 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Una corteza esférica de radio 25 cm está centrada sobre el eje x en $x = 50 \text{ cm}$ y posee una densidad superficial y uniforme de carga $\sigma = -12 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Calcular la magnitud y dirección del campo eléctrico en (a) el origen; (b) $x = 20 \text{ cm}$, $y = 10 \text{ cm}$; y (c) $x = 50 \text{ cm}$, $y = 20 \text{ cm}$.

41. Una corteza esférica no conductora y maciza de radio interior a y de radio exterior b posee una densidad ρ de carga volumétrica uniforme. Calcular la carga total y el campo eléctrico en todos los puntos.

42. Un plano infinito situado en el plano de coordenadas xz posee una densidad de carga superficial uniforme $\sigma_1 = 65 \text{ nC}/\text{m}^2$. Un segundo plano infinito, portador de una densidad de carga uniforme $\sigma_2 = 45 \text{ nC}/\text{m}^2$ corta el plano xz en el eje z y forma un ángulo de 30° con el plano xz como indica la figura 19-36. Determinar el campo eléctrico en el plano xy en (a) $x = 6 \text{ m}$, $y = 2 \text{ m}$; y (b) $x = 6 \text{ m}$, $y = 5 \text{ m}$.

Figura 19-36 Cargas superficiales uniformes sobre el plano xz y sobre un plano que forma un ángulo de 30° con el anterior. (Problema 42).

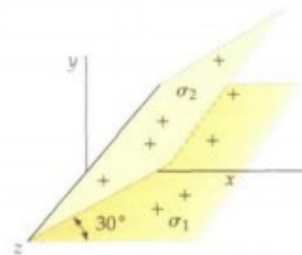
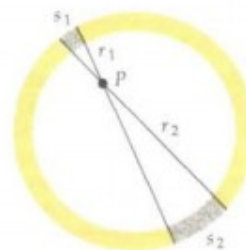


Figura 19-37 Problema 43.



43. Un anillo de radio R transporta una densidad de carga positiva uniforme λ . En la figura 19-37 se muestra un punto P que se encuentra en el plano del anillo pero que no es su centro. Considerar dos elementos del anillo, de longitudes s_1 y s_2 (indicados en la figura) y que se encuentran a las distancias r_1 y r_2 del punto P . (a) ¿Cuál es la relación entre las cargas de estos elementos? ¿Cuál de ellas genera un campo mayor en el punto P ? (b) ¿Cuál es la dirección del campo debido

a estos elementos en el punto P ? ¿Cuál es la dirección del campo eléctrico total en el punto P ? (c) Suponer que el campo eléctrico debido a una carga puntual varía en la forma $1/r$ en lugar de $1/r^2$. ¿Cuál sería el campo eléctrico en el punto P debido a los elementos que se muestran? (d) ¿Qué diferencias existirían en las respuestas dadas si el punto P se encontrara en el interior de una corteza con una distribución de carga esférica y en la que el área de los elementos fuera s_1 y s_2 ?

44. Un disco de radio 30 cm es portador de una densidad de carga uniforme σ . (a) Comparar la aproximación $E = \sigma/2\epsilon_0$ con la expresión exacta del campo eléctrico sobre el eje del disco expresando el término despreciado como un porcentaje de $\sigma/2\epsilon_0$ para las distancias $x=0,1$, $x=0,2$ y $x=3$ cm. (b) ¿A qué distancia el término despreciado es el 1 por ciento de $\sigma/2\epsilon_0$?

45. Una carga lineal semiinfinita de densidad uniforme λ está sobre el eje x desde $x=0$ hasta $x=\infty$. Hallar tanto E_x como E_y en un punto situado sobre el eje y .

46. Un plano infinito paralelo al plano de coordenadas yz en $x=2$ m transporta una densidad de carga superficial uniforme $\sigma=2 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Una carga lineal infinita de densidad uniforme $\lambda=4 \mu\text{C}/\text{m}$ pasa por el origen formando un ángulo de 45° con el eje x en el plano xy . Una esfera de densidad de carga volúmica $\rho=-6 \mu\text{C}/\text{m}^3$ y radio 0,8 m está centrado sobre el eje x en $x=1$ m. Calcular la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el plano xy en $x=1,5$ m, $y=0,5$ m.

Nivel III

47. Una corteza cilíndrica no conductora, gruesa e infinitamente larga, de radio interior a y radio exterior b , posee una densidad de carga volúmica uniforme ρ . Determinar el campo eléctrico en todos sus puntos.

48. Una esfera sólida no conductora de radio R posee una densidad de carga volúmica proporcional a la distancia desde el centro: $\rho = Ar$ para $r \leq R$, $\rho = 0$ para $r > R$, siendo A una constante. (a) Hallar la carga total sumando las cargas en cortezas de espesor dr y volumen $4\pi r^2 dr$. (b) Hallar el campo eléctrico E_r , tanto en el interior como en el exterior de la distribución de carga y representar E_r en función de r .

49. Repetir el problema 48 para una esfera sólida cuya densidad de carga volúmica sea igual a $\rho = B/r$ para $r > R$ y $\rho = 0$ para $r < R$.

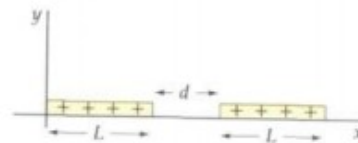
50. Repetir el problema 48 para el caso de una esfera sólida de densidad de carga volúmica $\rho = C/r^2$ para $r < R$ y $\rho = 0$ para $r > R$.

51. Una esfera uniformemente cargada de radio R está centrada en el origen con una carga Q . Determinar la fuerza resultante que actúa sobre una línea uniformemente cargada, orientada radialmente y con una carga total q con sus extremos en $r=R$ y $r=R+d$.

52. Dos cargas lineales uniformes e iguales de longitud L están situadas sobre el eje x separadas una distancia d como in-

dica la figura 19-38. (a) ¿Cuál es la fuerza que una carga lineal ejerce sobre la otra? (b) Demostrar que cuando $d \gg L$, la fuerza tiende al resultado esperado $k(\lambda L)^2/d^2$.

Figura 19-38 Problema 52.

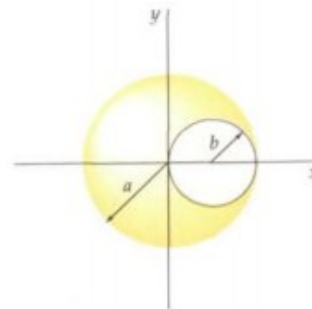


53. Una carga lineal de densidad λ con la forma de un cuadrado de lado L se encuentra en el plano yz con su centro en el origen. Determinar el campo eléctrico sobre el eje x a una distancia arbitraria x y comparar el resultado con el del campo que existe en el eje de un anillo cargado de radio $r = \frac{1}{2}L$ con un centro en el origen y transportando la misma carga total. *Indicación:* Utilizar la ecuación 19-10 para conocer el campo debido a cada segmento del cuadrado.

54. Una esfera sólida no conductora de radio a con su centro en el origen tiene una cavidad esférica de radio b con su centro en el punto $x=b$, $y=0$, $z=0$ como se muestra en la figura 19-39. La esfera contiene una densidad de carga volúmica uniforme ρ . Demostrar que el campo eléctrico en la cavidad es uniforme y viene dado por $E_x = \rho b/3\epsilon_0$, $E_y = 0$. *Indicación:* Sustituir la cavidad por esferas de igual densidad de carga positiva y negativa.

55. La fuerza electrostática que actúa sobre una carga en un punto cualquiera es el producto de la carga por el campo eléctrico debido a todas las demás cargas. Consideraremos una carga pequeña en la superficie de un conductor $\Delta q = \sigma \Delta A$. (a) Demostrar que la fuerza electrostática sobre la carga es $\sigma \Delta A/2\epsilon_0$. (b) Explicar la razón de que este valor sea la mitad exactamente de $\Delta q E$, siendo $E = \sigma/\epsilon_0$ el campo eléctrico en el exterior del conductor en dicho punto. (c) La fuerza por unidad de área se denomina tensión electrostática. Hallar la tensión electrostática cuando se coloca una carga de $2 \mu\text{C}$ en una esfera conductora de radio 10 cm.

Figura 19-39 Problema 54.



Nivel I

20-1 Potencial eléctrico y diferencia de potencial

1. Un campo eléctrico uniforme de valor 2 kN/C está en la dirección x . Se deja en libertad una carga puntual $Q=3 \mu\text{C}$ inicialmente en reposo en el origen. (a) ¿Cuál es la energía cinética de la carga cuando esté en $x=4 \text{ m}$? (b) ¿Cuál es la variación de energía potencial de la carga desde $x=0$ hasta $x=4 \text{ m}$? (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial $V(4 \text{ m})-V(0)$? Calcular el potencial $V(x)$ si se toma $V(x)$ como (d) cero para $x=0$ (e) 4 kV para $x=0$, y (f) cero para $x=1 \text{ m}$.

2. Un plano infinito de densidad de carga superficial $\sigma=+2,5 \mu\text{C/m}^2$ se encuentra en el plano yz . (a) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico expresada en newtons por coulombio? ¿En voltios por metro? ¿Cuál es la dirección de \mathbf{E} para valores positivos de x ? (b) ¿Cuál es la diferencia de potencial V_b-V_a cuando el punto b se encuentra en $x=20 \text{ cm}$ y el punto a está en $x=50 \text{ cm}$? (c) ¿Cuánto trabajo se necesita

para que un agente externo desplace una carga testigo $q_0=+1,5 \text{ nC}$ del punto a al b ?

3. Un campo eléctrico uniforme tiene el sentido de las x negativas. Los puntos a y b están en el eje x , a en $x=2 \text{ m}$ y b en $x=6 \text{ m}$. (a) ¿Es positiva o negativa la diferencia de potencial V_b-V_a ? (b) Si el valor de V_b-V_a es 10^3 V , ¿cuál es el valor del campo eléctrico E ?

4. Dos placas conductoras paralelas poseen densidades de carga iguales y opuestas de modo que el campo eléctrico entre ellas es aproximadamente uniforme. La diferencia de potencial entre las placas es 500 V y están separadas 10 cm . Se deja en libertad un electrón desde el reposo en la placa negativa. (a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico entre las placas? ¿Cuál placa está a potencial más elevado, la positiva o la negativa? (b) Hallar el trabajo realizado por el campo eléctrico cuando el electrón se mueve desde la placa negativa a la positiva. Expresar la respuesta en electrón voltios y en julios. (c) ¿Cuál es la variación de energía potencial del electrón cuando

se mueve desde la placa negativa hasta la positiva? ¿Cuál es su energía cinética cuando llega a la placa positiva?

5. Un campo eléctrico viene dado por $E = ax$, expresándose E en newtons por culombio, x en metros y siendo a una constante positiva. (a) ¿Cuáles son las unidades SI de a ? (b) ¿Cuánto trabajo se realiza por este campo sobre una carga puntual positiva q_0 cuando se mueve la carga desde el origen hasta un punto cualquiera x ? (c) Hallar la función potencial $V(x)$, tal que $V=0$ en $x=0$.

20-2 Potencial debido a un sistema de cargas puntuales

6. Cuatro cargas puntuales de $2 \mu\text{C}$ se encuentran situadas en los vértices de un cuadrado de 4 m de lado. Calcular el potencial en el centro del cuadrado (tomando como potencial cero el correspondiente al infinito) si (a) todas las cargas son positivas, (b) tres de las cargas son positivas y la otra negativa, (c) dos son positivas y las otras dos negativas.

7. Tres cargas puntuales están en el eje x , q_1 en el origen, q_2 en $x=3$ m y q_3 en $x=6$ m. Calcular el potencial en el punto $x=0$, $y=3$ m si (a) $q_1=q_2=q_3=2 \mu\text{C}$, (b) $q_1=q_2=2 \mu\text{C}$ y $q_3=-2 \mu\text{C}$, (c) $q_1=q_3=2 \mu\text{C}$ y $q_2=-2 \mu\text{C}$.

8. Los puntos A , B y C están en los vértices de un triángulo equilátero de 3 m de lado. Cargas iguales positivas de $2 \mu\text{C}$ están en A y B . (a) ¿Cuál es el potencial del punto C ? (b) ¿Cuánto trabajo se necesita para llevar una carga positiva de $5 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta el punto C si se mantienen fijas las otras cargas. (c) Responder a las partes (a) y (b) si la carga situada en B se sustituye por una carga de $-2 \mu\text{C}$.

9. Una esfera de radio 60 cm tiene su centro en el origen. A lo largo del ecuador de esta esfera se sitúan cargas iguales de $3 \mu\text{C}$ a intervalos de 60° . (a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el origen? (b) ¿Cuál es el potencial eléctrico en su polo norte?

20-3 Energía potencial electrostática

10. Una carga positiva de valor $2 \mu\text{C}$ está en el origen. (a) ¿Cuál es el potencial eléctrico V en un punto a 4 m del origen respecto al valor $V=0$ en el infinito. (b) ¿Cuánto trabajo debe ser realizado por un agente exterior para llevar la carga de $3 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta $r=4$ m admitiendo que se mantiene fija en el origen la carga de $2 \mu\text{C}$? (c) ¿Cuánto trabajo deberá ser realizado por un agente exterior para llevar la carga de $2 \mu\text{C}$ desde el infinito hasta el origen si la carga de $3 \mu\text{C}$ se coloca primeramente en $r=4$ m y luego se mantiene fija?

11. Determinar la energía potencial electrostática para la distribución de carga descrita en (a) problema 6a, (b) problema 6b, (c) problema 6c con cargas iguales en los vértices opuestos y (d) problema 6c con cargas distintas en vértices opuestos.

12. Calcular la energía potencial electrostática para cada una de las distribuciones de carga del problema 7.

13. Tres cargas puntuales, q_1 , q_2 y q_3 están en los vértices de un triángulo equilátero de lado 2,5 m. Determinar la energía potencial electrostática de esta distribución de carga si (a) $q_1=q_2=q_3=4,2 \mu\text{C}$, (b) $q_1=q_2=4,2 \mu\text{C}$ y $q_3=-4,2 \mu\text{C}$, (c) $q_1=q_2=-4,2 \mu\text{C}$ y $q_3=0+4,2 \mu\text{C}$.

20-4 Cálculo del potencial eléctrico en distribuciones continuas de carga

14. (a) Dibujar $V(x)$ en función de x para el anillo uniformemente cargado en el plano yz dado en la ecuación 20-13. (b) ¿En qué punto es máximo $V(x)$? (c) ¿Cuánto vale E_x en este punto?

15. Una carga de $q=+10^{-8}$ C está distribuida uniformemente sobre una corteza esférica de 12 cm de radio. (a) ¿Cuál es el valor del campo eléctrico justo en el exterior de la corteza y justo en el interior de la misma? (b) ¿Cuál es el valor del potencial eléctrico justo en el exterior y justo en el interior de la corteza? (c) ¿Cuál es el potencial eléctrico en el centro de la corteza? ¿Cuál es el campo eléctrico en dicho punto?

16. Un disco de radio 6,25 cm posee una densidad de carga superficial uniforme $\sigma=7,5 \text{ nC/m}^2$. Determinar el potencial sobre el eje del disco a una distancia (a) 0,5 cm, (b) 3,0 cm y (c) 6,25 cm del disco.

17. Una carga lineal infinita de densidad lineal $\lambda=1,5 \mu\text{C/m}$ se encuentra sobre el eje z . Determinar el potencial a distancias de (a) 2,0 m, (b) 4,0 m y (c) 12 m de la línea, suponiendo que $V=0$ a 2,5 m.

20-5 Campo eléctrico y potencial

18. Dos cargas positivas $+q$ están en el eje y en $y=+a$ y $y=-a$. (a) Hallar el potencial V para todos los puntos situados en el eje x . (b) Utilizar el resultado de la parte (a) para determinar el campo eléctrico en cualquier punto del eje x .

19. Una carga puntual $q=3,00 \mu\text{C}$ se encuentra en el origen. (a) Determinar el potencial V sobre el eje x en $x=3,00$ m y en $x=3,01$ m. (b) ¿Crece o decrece el potencial cuando x crece? Calcular $-\Delta V/\Delta x$, siendo ΔV la variación de potencial desde $x=3,00$ m a $x=3,01$ m y $\Delta x=0,01$ m. (c) Determinar el campo eléctrico en $x=3,00$ m y comparar su valor con el de $-\Delta V/\Delta x$ hallado en la parte (b). (d) Determinar el potencial (con tres cifras significativas) en el punto $x=3,00$ m, $y=0,01$ m y comparar el resultado con el potencial sobre el eje x en $x=3,00$ m. Discutir el significado de este resultado.

20. Una carga de $+3,00 \mu\text{C}$ está en el origen y otra de $-3,00 \mu\text{C}$ está en el eje x en $x=6,00$ m. (a) Hallar el potencial en el eje x en el punto $x=3,00$ m. (b) Hallar el campo eléctrico en el eje x en $x=3,00$ m. (c) Hallar el potencial en el eje x en $x=3,01$ m y calcular $-\Delta V/\Delta x$, siendo ΔV la variación de potencial desde $x=3,00$ m hasta $x=3,01$ m y $\Delta x=0,01$ m. Comparar el resultado con la respuesta de la parte (b).

21. En la expresión siguiente, V está en voltios y x en metros. Hallar E_x cuando (a) $V(x)=2000+3000x$; (b) $V(x)=4000+3000x$; (c) $V(x)=2000-3000x$; y (d) $V(x)=-2000$, independiente de x .

22. El potencial eléctrico en una cierta región del espacio viene dado por $V(x)=C_1+C_2x^2$, estando V en voltios, x en metros y siendo C_1 y C_2 constantes positivas. Hallar el campo eléctrico E en esta región. ¿En qué dirección está E ?

23. Una hoja infinita de carga tiene una densidad superficial de $3,5 \mu\text{C/m}^2$ de carga. ¿A qué distancia están entre sí los planos equipotenciales cuya diferencia de potencial es 100 V?

24. Una carga puntual $q=-\frac{1}{9} \times 10^{-8}$ C está en el origen. Considerando que el potencial es cero para $r=\infty$, situar las superficies equipotenciales a intervalos de 20 V desde 20 hasta 100 V y hacer un esquema a escala. ¿Están igualmente separadas estas superficies?

20-6 Superficies equipotenciales, distribución de carga y ruptura dieléctrica

25. (a) Determinar la carga neta máxima que puede situarse sobre un conductor esférico de radio 16 cm antes de que se produzca la ruptura dieléctrica en el aire. (b) ¿Cuál es el potencial de la esfera cuando posee esta carga máxima?

26. Dibujar las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales en puntos próximos y alejados del conductor indicado en la figura 20-20b suponiendo que el conductor transporte cierta carga Q .

27. Determinar la densidad de carga superficial máxima $\sigma_{\text{máx}}$ que puede existir sobre un conductor antes de que ocurra la ruptura dieléctrica del aire.

28. Si una esfera conductora ha de cargarse hasta un potencial de 10 000 V, ¿cuál es el radio más pequeño posible de la esfera, tal que el campo eléctrico no exceda la resistencia dieléctrica del aire?

Nivel II

29. Suponer que un generador de Van de Graaff tiene una diferencia de potencial de 1,25 MV entre la cinta y la esfera exterior y que la carga se suministra a una velocidad de $200 \mu\text{C/s}$. ¿Qué potencia mínima se necesita para accionar la cinta móvil?

30. Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie. A una distancia radial de 20 cm de esta superficie, el potencial es 150 V. ¿Cuál es el radio de la esfera y cuál es la carga de ésta?

31. Se disponen cuatro cargas en los vértices de un cuadrado centrado en el origen como se indica a continuación: q en $(-a+a)$; $2q$ en (a, a) ; $-3q$ en $(a, -a)$; y $6q$ en $(-a, -a)$. Calcular (a) el campo eléctrico en el origen y (b) el potencial en el origen. (c) Se sitúa una quinta carga $+q$ en el origen y se libera desde el reposo. Calcular su velocidad cuando se encuentre a una gran distancia del origen.

32. Dos cargas positivas $+q$ están sobre el eje x en $x=+a$ y $x=-a$. (a) Determinar el potencial $V(x)$ en función de x para los puntos del eje x . (b) Dibujar $V(x)$ en función de x . (c) ¿Cuál es el significado del mínimo que aparece en dicha curva?

33. Un campo eléctrico viene dado por $E_x = 2,0 x^3 \text{ kN/C}$. Determinar la diferencia de potencial entre los puntos del eje x en $x=1 \text{ m}$ y $x=2 \text{ m}$.

34. Consideremos dos láminas paralelas infinitas de carga, una en el plano yz y la otra a una distancia $x=a$. (a) Hallar el potencial en todos los puntos del espacio, con $V=0$ en $x=0$ si las láminas llevan una densidad de carga positiva igual $+\sigma$. (b) Hacer lo mismo si las densidades de carga son iguales y opuestas, siendo la lámina del plano yz la que tiene la densidad positiva.

35. En un acelerador de Van de Graaff, se liberan los protones desde el reposo a un potencial de 5 MV y se desplazan a través de una región sometida al vacío con potencial cero. (a) Calcular la velocidad de los protones de 5 MeV. (b) Si la variación de potencial transcurre a lo largo de una distancia de 2,0 m, calcular el campo eléctrico acelerador.

36. Dos cargas positivas iguales están separadas por una pequeña distancia. Dibujar las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales de este sistema.

37. Cuando el uranio ^{235}U captura un neutrón, se descompone en dos núcleos (y emite varios neutrones que pueden producir la división de otros núcleos de uranio). Admitir que los productos de fisión son núcleos con cargas igual a $+46e$ y que estos núcleos están en reposo justo después de la fisión y están separados en el doble de su radio $2R = 1,3 \times 10^{-14} \text{ m}$. (a) Utilizando $U = kq_1q_2/2R$, calcular la energía potencial

electrostática de los fragmentos de fisión. Este valor es aproximadamente el de la energía liberada por fisión. (b) ¿Cuántas fisiones por segundo se necesitan para producir 1 MW de potencia en un reactor?

38. El ^{210}Po radiactivo emite partículas alfa de carga $+2e$ y energía 5,30 MeV. Admitir que en el instante después de que se forma la partícula alfa y escapa del núcleo, está a una distancia R del centro del núcleo hijo ^{206}Pb cuya carga es $+82e$. Calcular R haciendo la energía potencial electrostática de las dos partículas a esta separación igual a 5,30 MeV.

39. Un cañón de electrones dispara estas partículas contra la pantalla de un tubo de televisión. Los electrones parten del reposo y se aceleran dentro de una diferencia de potencial de 30 000 V. ¿Cuál es la energía de los electrones al chocar contra la pantalla, expresada (a) en electron voltios y (b) en julios. (c) ¿Cuál es la velocidad de los electrones al chocar con la pantalla del tubo de televisión?

40. Dos grandes planos no conductores paralelos poseen unas densidades de carga iguales y opuestas de valor σ . Tienen un área A y están separados por una distancia d . (a) Calcular la diferencia de potencial entre los planos. (b) Entre los dos planos se inserta un tercer plano de la misma área y espesor a que no posee una carga neta. Calcular la diferencia de potencial entre los dos planos originales y dibujar las líneas de E en la región comprendida entre ambos.

41. Dos conductores en forma de corteza esférica concéntrica poseen cargas iguales y opuestas. La corteza interior tiene un radio a y una carga $+q$; la corteza exterior tiene un radio b y carga $-q$. Hallar la diferencia de potencial entre las cortezas, $V_a - V_b$.

42. Una corteza conductora esférica de radio interior b y radio exterior c rodea concéntricamente una pequeña esfera metálica de radio $a < b$. La esfera metálica tiene una carga positiva Q . La carga total sobre la corteza esférica conductora es $-Q$. (a) ¿Cuál es el potencial de la corteza esférica? (b) ¿Cuál es el potencial de la esfera metálica?

43. Dos conductores muy largos formando una corteza cilíndrica coaxial poseen cargas iguales y opuestas. La corteza interior tiene un radio a y una carga $+q$; la exterior tiene un radio b y carga $-q$. La longitud de cada corteza cilíndrica es L . Hallar la diferencia de potencial entre las dos capas de la corteza.

44. Los centros de dos esferas metálicas de radio 10 cm están separados 50 cm sobre el eje x . Las esferas son inicialmente neutras, pero una carga Q se transfiere de una esfera a la otra, creando una diferencia de potencial entre las esferas de 100 V. Un protón se libera desde el reposo en la superficie de la esfera positivamente cargada y se mueve hacia la esfera cargada negativamente. ¿A qué velocidad choca contra la esfera negativa?

45. Se sitúa una carga puntual de $+3e$ en el origen y una segunda carga de $-2e$ en el eje x a la distancia $x=a$. (a) Dibujar la función potencial $V(x)$ en función de x para todo valor de x . (b) ¿Para qué punto o puntos es $V(x)$ igual a cero? (c) ¿Cuál es el trabajo que hay que realizar para llevar una tercera carga $+e$ al punto $x = \frac{1}{2}a$ sobre el eje x ?

46. Tres cargas iguales se encuentran sobre el plano xy . Dos de ellas están sobre el eje y en $y=-a$ e $y=+a$, y la tercera está sobre el eje x en $x=a$. (a) ¿Cuál es el potencial $V(x)$ debido a estas cargas en un punto sobre el eje x ? (b) Determinar E_x a lo largo del eje x a partir de la función potencial $V(x)$.

Comprobar las respuestas de (a) y (b) en el origen y en $x = \infty$ para ver si se obtienen los resultados esperados.

47. Una carga q está en $x=0$ y otra carga $-3q$ está en $x=1$ m. (a) Determinar $V(x)$ para un punto cualquiera del eje x . (b) Determinar los puntos sobre el eje x en los cuales el potencial es nulo. (c) ¿Cuál es el campo eléctrico en estos puntos? (d) Dibujar $V(x)$ en función de x .

48. Una barra de longitud L posee una carga Q distribuida uniformemente a lo largo de su longitud. La barra yace a lo largo del eje x con su centro en el origen. (a) ¿Cuál es el potencial eléctrico en función de la posición a lo largo del eje x para $x > L/2$? (b) Demostrar que para $x \gg L/2$ el resultado se reduce al debido a una carga puntual Q .

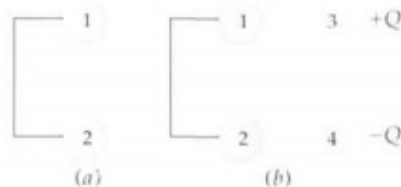
49. Una carga de 2 nC está uniformemente distribuida alrededor de un anillo de radio 10 cm que tiene su centro en el origen y su eje a lo largo del eje x . Una carga puntual de 1 nC está localizada en $x=50$ cm. Determinar el trabajo necesario para desplazar la carga puntual al origen en julios y en electrón voltios.

50. Un anillo cargado uniformemente con una carga total de $100 \mu\text{C}$ y un radio de 0,1 m yace en el plano yz con su centro en el origen. Una regla de metro tiene una carga puntual de $10 \mu\text{C}$ en el extremo marcado con el 0 y una carga puntual de $20 \mu\text{C}$ en el extremo marcado con 100 cm. ¿Qué trabajo hay que realizar para transportar la regla de metro desde una distancia muy grande hasta una posición a lo largo del eje x con el extremo marcado con 0 en $x=0,2$ m y el otro extremo en $x=1,2$ m?

51. Cuatro cargas iguales Q se encuentran en los vértices de un cuadrado de lado L . Las cargas se dejan en libertad de una en una siguiendo el sentido de las agujas del reloj alrededor del cuadrado. Se deja que cada carga alcance su velocidad final a una gran distancia del cuadrado antes de liberar la siguiente carga. ¿Cuál es la energía cinética final de (a) la primera carga liberada, (b) la segunda, (c) la tercera y (d) la cuarta?

52. Dos esferas metálicas idénticas sin carga se conectan mediante un alambre, como indica la figura 20-21a. Dos esferas semejantes con cargas iguales, pero opuestas, se sitúan en las posiciones indicadas en la figura 20-21b. (a) Dibujar las líneas de campo eléctrico entre las esferas 1 y 3 y entre las esferas 2 y 4. (b) ¿Qué podemos decir de los potenciales V_1 , V_2 , V_3 y V_4 de las esferas? (c) Si las esferas 3 y 4 están conectadas por un alambre, demostrar que la carga final sobre cada una de ellas sería cero.

Figura 20-21
Problema 52.



53. Tres grandes placas conductoras paralelas entre sí tienen conectadas la cara exterior por medio de un alambre. La placa del medio está aislada y posee una densidad de carga σ_1 sobre la superficie superior y σ_2 sobre la superficie inferior,

siendo $\sigma_1 + \sigma_2 = 12 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Esta placa dista 1 mm de la placa superior y 3 mm de la placa del fondo. Determinar σ_1 y σ_2 .

54. Demostrar que cuando R es mucho menor que x , el potencial sobre el eje de un disco de carga se aproxima a kQ/x , en donde $Q = \sigma\pi R^2$ es la carga total sobre el disco. *Indicación:* Escribir $(x^2 + R^2)^{-1/2} = x^{-1}(1 + R^2/x^2)^{-1/2}$ y utilizar la expresión del binomio.

55. Un anillo cargado uniformemente, de radio a y carga Q , se encuentra sobre el plano yz con su eje a lo largo del eje x . Una carga puntual Q' se sitúa sobre el eje x en $x=2a$. (a) Determinar el potencial en cualquier punto del eje x debido a la carga total $Q+Q'$. (b) Determinar el campo eléctrico para cualquier punto sobre el eje x .

Nivel III

56. Un potencial viene dado por

$$V(x, y, z) = \frac{kQ}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2 + z^2}}$$

(a) Determinar los componentes E_x , E_y , E_z del campo eléctrico por derivación de esta función potencial. (b) ¿Qué simple distribución de carga puede ser responsable de este potencial?

57. El potencial eléctrico en una región del espacio viene dado por

$$V = (2 \text{ V/m}^2)x^2 + (1 \text{ V/m}^2)yz$$

Determinar el campo eléctrico en el punto $x=2$ m, $y=1$ m, $z=2$ m.

58. Una carga puntual q_1 está en el origen y una segunda carga puntual q_2 está sobre el eje x en $x=a$, como en el ejemplo 20-5. (a) Calcular el campo eléctrico en cualquier punto del eje x a partir de la función potencial dada en dicho ejemplo. (b) Determinar el potencial en un punto cualquiera del eje y . (c) Utilizar el resultado de (b) para calcular el componente y del campo eléctrico sobre el eje y . Comparar el resultado así obtenido con el que resulta directamente de la ley de Coulomb.

59. Consideremos una bola de densidad volúmica de carga uniforme de radio R y carga total Q . (Este es un modelo de un protón.) El centro de la bola está en el origen. Utilizar el componente radial del campo eléctrico E_r , deducido mediante la ley de Gauss para calcular el potencial $V(r)$ suponiendo que $V=0$ para $r=\infty$ en (a) cualquier punto exterior a la carga, $r \geq R$ y en (b) cualquier punto interior a la carga, $r \leq R$. (Recuérdese que V debe ser una función continua en $r=R$.) (c) ¿Cuál es el potencial en el origen? (d) Dibujar V en función de r .

60. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno el electrón se mueve en una órbita circular de radio r alrededor del protón. (a) Hallar una expresión de la energía cinética del electrón en función de r haciendo que la fuerza que actúa sobre el electrón (dada por la ley de Coulomb) sea igual a ma , siendo a la aceleración centrípeta. Demostrar que a una distancia cualquiera r la energía cinética es la mitad del valor de la energía potencial. (b) Calcular $\frac{1}{2}mv^2$, U , y la energía total $E = \frac{1}{2}mv^2 + U$ en electrón voltios para $r = 0,529 \times 10^{-10}$ m, radio de la órbita del electrón en el hidrógeno. La energía $|E|$ que debe suministrarse al átomo de hidrógeno para extraer el electrón se llama **energía de ionización**.

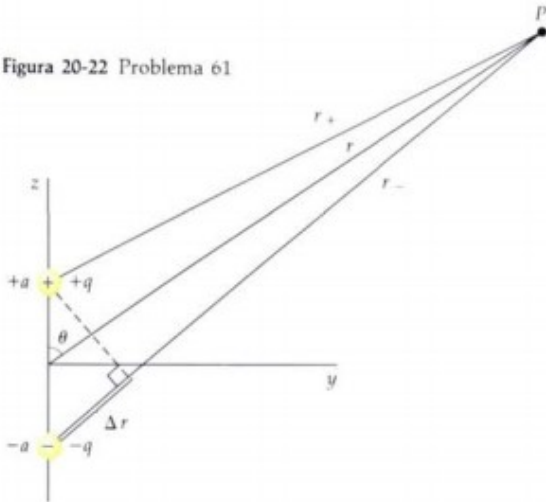
61. (a) En el caso del dipolo del ejemplo 20-6 demostrar que el potencial en un punto fuera del eje a una distancia grande

r desde el origen (figura 20-22) viene dado aproximadamente por

$$V = \frac{2kqa \cos \theta}{r^2} = \frac{kp \cos \theta}{r^2} = \frac{kpz}{r^3}$$

Indicación: Demostrar que $r_+^{-1} - r_-^{-1} \approx \Delta r / r^2$, en donde $\Delta r = r_+ - r_- = 2a \cos \theta$. (b) Determinar los componentes x , y , z del campo eléctrico en un punto fuera del eje.

Figura 20-22 Problema 61



62. Consideremos dos cortezas metálicas esféricas y concéntricas de radios a y b siendo $b > a$. La corteza exterior posee

una carga Q , pero la corteza interior está conectada a tierra. Esto significa que la corteza interior posee un potencial cero y que las líneas de campo eléctrico abandonan la corteza exterior y se dirigen al infinito, pero otras se dirigen desde la corteza externa a la interna. Determinar la carga en la corteza interna.

63. Tres cortezas conductoras esféricas y concéntricas poseen radios a , b y c , siendo $a < b < c$. Inicialmente, la corteza interna está descargada, la del medio posee una carga positiva Q y la exterior una carga negativa $-Q$. (a) Determinar el potencial eléctrico de las tres cortezas. (b) Si las cortezas interna y externa se conectan mediante un alambre que está aislado al pasar a través de la corteza media, ¿cuál es el potencial eléctrico de cada una de las tres cortezas y cuál es la carga final de cada corteza?

64. Una esfera no conductora de radio R posee una densidad de carga $\rho = \rho_0 r / R$, en donde ρ_0 es una constante. (a) Demostrar que la carga total es igual a $Q = \pi R^3 \rho_0$. (b) Demostrar que la carga total en el interior de una esfera de radio $r < R$ es igual a $q = Qr^4 / R^4$. (c) Utilizar la ley de Gauss para calcular el campo eléctrico E_r para cualquier punto. (d) Utilizar $dV = -E_r dr$ para calcular el potencial V en cualquier punto, suponiendo que $V = 0$ para $r = \infty$. (Recordar que V es una función continua en $r = R$.)

65. Una partícula de masa m y carga Q está localizada sobre el eje x en $x = +a$, mientras que una segunda partícula de igual masa y carga $-Q$ está localizada sobre el eje x en $x = -a$. Ambas se dejan en libertad en el tiempo $t = 0$. (a) Determinar la velocidad de la partícula cargada positivamente en función de su posición x . (b) Integrar la ecuación de la velocidad para determinar el instante en que chocan las dos cargas.