INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Clase Auxiliar IN41A
Externalidades y Bienes Públicos

Problema 1.
Pinturas Sanitizadas S.A. es una empresa productora de pinturas que elimina sus desechos en el río Puro.
Aguas abajo, en el mismo río, existe una embotelladora de agua llamada Aguas Puras Ltda., la cual extrae el agua del río, la purifica y luego la embotella.
La función de costos privados de Pinturas Sanitizadas es:

$$C(q_p) = 3 + q_P^{\frac{3}{2}}$$

Por otra parte, los costos de Aguas Puras Ltda. dependen del nivel de contaminación del agua del río, lo que se refleja en su función de costos:

$$C(q_a) = 12 + q_A + q_P^{\frac{3}{2}}$$

El precio de la pintura es 12 u.m./unidad.

a) ¿Cuál es el nivel de producción que maximiza la utilidad de Pinturas Sanitizadas S.A.? ¿Cuál es el nivel óptimo social de producción?

Rpta: El costo privado de la producción es:

$$C(q_P) = 3 + q_P^{3/2}$$

Luego, el costo marginal de producción es de $(3/2)q_P^{1/2}$. Igualando P= CMg se obtiene: $q_P = 64$.
El costo social de producción es:

$$CS(q_p) = 3 + 2q_P^{3/2}$$

Luego, el costo marginal social de producción es de $3q_P^{1/2}$. Igualando P= CMg se obtiene: $q_P = 16$.

b) ¿Cuál es el costo para Aguas Puras Ltda. de esta conducta de Pinturas Sanitizadas S.A.?

Rpta: Si Pinturas Sanitizadas produce 64 unidades, le genera un costo extra a Aguas Puras Ltda. de: $q_p^{3/2} = 512$.

Ante esta situación Aguas Puras Ltda. recurre a la justicia para que decida quién tiene el derecho de sobre el uso de agua (esta acción no tiene costos para ella) y suponiendo que, después del fallo, ambas partes pueden negociar sin costo alguno.

c) ¿Cuál será el resultado de la negociación si la justicia falla a favor de Aguas Puras Ltda? ¿Cuál será el nivel de producción de Pinturas Sanitizadas S.A.?

Rpta: Se cumplen las dos hipótesis del teorema de Ronald H. Coase, es decir, se asignan derechos de propiedad bien definidos y las partes pueden negociar sin costos. Entonces, tenemos garantizado que cualquier negociación llevará a que se produce la cantidad óptima social de pinturas (16 unidades). Si los derechos sobre el río se asignan a Aguas Puras tendremos que la negociación será en términos tales que Pinturas Sanitizadas pague a Aguas Puras por cada unidad que produce y que le genera costos. Entonces, el pago será tal que Pinturas Sanitizadas maximice sus utilidades produciendo 16 unidades, es decir, el costo marginal de producir 16 unidades sea igual al precio. Entonces, el pago a Aguas Puras será de $q_p^{3/2} = 64$.

d) ¿Cuál será el resultado de la negociación si la justicia falla en favor de Pinturas Sanitizadas S.A.? ¿Cuál será el nivel de producción de Pinturas Sanitizadas S.A.?

Rpta: Nuevamente, se produce la cantidad óptima social (16 unidades) pero ahora Aguas Puras le paga a Pinturas por cada unidad que deja de producir. El pago debe ser tal que Pinturas Sanitizadas obtenga la misma utilidad que si produjera el nivel óptimo privado (64 unidades) entonces, el pago debe ser:

$$U(64) – U(16) = 12x64 –3 – 64^{3/2} – (12x16 – 3 – 16^{3/2}) = 128$$

Problema 2.

Considere que en una aldea hay I ganaderos. Cada verano cada uno de ellos lleva a pastar a su ganado al ejido cercano. Denotaremos n_i el número de animales que el aldeano i posee. El costo de comprar un animal es constante e igual a c. El valor de venta cuando en el ejido hay n animales es de $v(N)$ por animal, donde N es el total de animales. Además se sabe que $v(\cdot)$ es positiva, estrictamente decreciente y estrictamente cóncava.

a) Encuentre e interprete el número óptimo de vacas que tiene cada ganadero. *(Hint: usted está buscando el equilibrio de Nash).*
b) Encuentre el número óptimo de vacas que tendría un planificador social benevolente.
c) Explique en qué caso habrá un mayor número de vacas.
d) En 1974 el público en general tuvo una ilustración gráfica del fenómeno estudiado en este problema en una serie de fotos de la Tierra tomadas desde un satélite. Las fotos del norte de África mostraban una mancha irregular, de 1.000 kilómetros cuadrados de extensión. Las investigaciones a nivel de suelo revelaron un área cercada dentro de la cual había abundancia de hierba. Fuera, la cubierta del suelo había sido devastada. Obviamente el área cercada era propiedad privada y fuera de ella la tierra no tenía dueño. Una era usada por agricultores (tierra privada) y la otra por nómades. ¿Cómo explica la teoría de las externalidades este fenómeno?

Respuesta:

Como los ganaderos son racionales cada uno maximiza su beneficio, luego el problema que resuelven es:

$$\max_{n_i} \quad v\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) - cn_i$$

La condición de primer orden es:

$$n_i v'\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) + v\left(\sum_{j\neq i} n_j + n_i\right) - c = 0$$

Esta condición es la clásica: se incrementará el número de vacas hasta que la utilidad marginal iguale a su costo. Y como todos los ganaderos resuelven el mismo problema, el resultado es simétrico, es decir $N = n_i I \quad \forall i$.

$$\frac{N}{I} v'(N) + v(N) = c$$

b) Un plani.cador social benevolente (PSB) maximizará la utilidad conjunta y cada granjero obtendrá una porción de la cuota total. Es decir, el PSB resuelve:

$$\max_{N} \; Nv(N) - cN$$

Luego,

$$Nv'(N) + v(N) - c = 0$$

Es decir se incrementará una vaca adicional al ejido hasta que el beneficio marginal para el sistema sea igual al costo adicional.

c) Sabemos que en esta situación hay una externalidad negativa, ya que cada ganadero no internaliza el efecto negativo que tiene para el resto el que él aumente el tamaño de su ganado. Por lo tanto se tendrán más ganado del socialmente óptimo $N_{OS} < N_{comp}$.

Para comparar demostraremos por contradicción que $N_{OS} < N_{comp}$. Supongamos que $N_{OS} \geq N_{comp}$. Sabemos que la función v es decreciente y como $N_{OS} \geq N_{comp}$ tenemos que $v(N_{comp}) \geq v(N_{OS})$.

Sabemos que la función v es cóncava, pues $v'(x) < 0$ y $v''(x) < 0$. Como $N_{OS} \geq N_{comp}$ tenemos que

$$0 \geq v'(N_{comp}) \geq v'(N_{OS})$$

Tomando módulo a:

$$|v'(N_{comp})| \leq |v'(N_{OS})|$$

Como $N_{OS} \geq N_{comp}$ también se cumple que

$$\frac{N_{comp}}{I} < N_{OS}$$

Ahora podemos comparar ambas condiciones para esto multiplicaremos las ecuaciones anteriores y obtenemos

$$\frac{N_{comp}}{I}|v'(N_{comp})| < N_{OS}|v'(N_{OS})|$$

Quitando los módulos el signo se invierte (pues $v'(\cdot) < 0$)

$$\frac{N_{comp}}{I}v'(N_{comp}) > N_{OS}v'(N_{OS})$$

Sumando con la suposición inicial:

$$v(N_{comp}) + \frac{N_{comp}}{I}v'(N_{comp}) > v(N_{OS}) + N_{OS}v'(N_{OS})$$

Pero ambos lados deben ser iguales a c.

$$\rightarrow\leftarrow$$

Problema 3.

Cuál es la racionalidad económica de la existencia de las siguientes políticas:

a) El Fondo Nacional de Desarrollo Tecnológico y Productivo es un instrumento creado en 1992 por el gobierno de Chile en el contexto del Programa de Ciencia y Tecnología. Uno de los objetivos del Fondo es promover y financiar la ejecución de proyectos de innovación tecnológica, la adquisición de infraestructura tecnológica y la transferencia tecnológica en empresas privadas.
b) La existencia de un organismo como ProChile, que se preocupa del fomento de las exportaciones.
c) obligar a que los trabajadores no sindicalizados paguen un porcentaje de la cuota sindical si se benefician de los acuerdos logrados por el sindicato en la negociación colectiva

Rpta:

a) Se trata de externalidades positivas en la producción. Como se vio en clases las firmas producirán o invertirán menos recursos que lo socialmente óptimo en actividades que generan externalidades positivas sobre otras firmas, uno de estos casos es la innovación tecnológica y la transferencia de esta innovación. El Fondo busca subsidiar esta actividad para que se produzca un mayor nivel de ésta que lo que se haría sólo bajo las condiciones de mercado.
b) En este caso se trata de una externalidad. Cuando una empresa quiere exportar y lo hace bien entonces, ya conoce el mercado, los canales de distribución y tal vez tiene mejor acceso al crédito. La idea es que este tipo de *información* sea también utilizada para los demás exportadores, ya que si un exportador fracasa el nombre de Chile queda mal puesto y perjudica a todos los demás productores. Pensar, por ejemplo, que ocurriría si un vino de exportación chileno llega vinagre a Europa.
c) Una característica de los bienes públicos es que no son excluyentes, lo que significa que las personas pueden disfrutar de ellos aún cuando no paguen por su consumo. Las personas tienen, por lo tanto, incentivos a subdeclarar su disposición a pagar por el bien. Esto ocurre con los sindicatos, todos los trabajadores se benefician de los acuerdos alcanzados por el sindicato en la negociación colectiva, y no es posible que el beneficio recaiga sólo en los trabajadores sindicalizados, entonces, para evitar un comportamiento tipo "bolsero" o "parásito", se obliga a pagar un

porcentaje de la cuota de sindicalización. De otra forma los sindicatos estarían completamente desfinanciados.

Problema 4.
Dos Firmas producen un innovador Convertidor Catalítico llamado “O_2”, el cual al instalarlo en un vehículo transforma, a través de un proceso similar a la fotosíntesis, el CO_2 en O_2. Esto significa que un vehículo provisto de este convertidor emite oxigeno al ambiente.

Las Firmas poseen diferentes tecnologías lo que se ve reflejado en sus costos:

$C_1(q_1)= 10q_1 + 5q_1^2$
$C_2(q_2)= 5q_2 + 10q_2^2$

Organizaciones ecologistas han alabado la aparición de este nuevo aparato, el que hará disminuir la contaminación en la ciudad de Santiago. Estas organizaciones han estimado que cada convertidor vendido produce un beneficio a la sociedad avaluado en 10 u.m

a) (3 puntos) En ausencia de políticas de Gobierno y asumiendo que la demanda por el convertidor es Q(P)= 100-P, determine la cantidad demandada, el precio y la cantidad producida por cada firma. ¿Es esto eficiente? ¿Por qué?

Respuesta:

$$C_1(q_1) = 10q_1 + 5q_1^2$$
$$C_1Mg = 10 + 10q_1$$
$$C_1Mg = P$$
$$10 + 10q_1 = P \qquad q_1 = \frac{P}{10} - 1 \qquad P \geq 10$$
$$C_2(q_2) = 5q_2 + 10q_2^2$$
$$C_2Mg = 5 + 20q_2$$
$$C_2Mg = P$$
$$5 + 20q_2 = P \qquad q_2 = \frac{P}{20} - \frac{1}{4} \qquad P \geq 5$$
$$Q(P) = q_1 + q_2$$
$$Q(P) = \frac{3P}{20} - \frac{5}{4}$$
$$Q_o(P)\begin{cases} 0 & P \prec 5 \\ \frac{P}{20} - \frac{1}{4} & 10 \succ P \geq 5 \\ \frac{3P}{20} - \frac{5}{4} & P \geq 10 \end{cases}$$

$$Q_D(P) = 100 - P$$
$$Q_D(P) = Q_o(P)$$
$$100 - P = \frac{3P}{20} - \frac{5}{4} \qquad \Rightarrow \qquad P = \frac{2025}{23} \approx 88.04 \qquad Q = \frac{275}{23} \approx 11.96$$
$$q_1 = \frac{359}{46} \approx 7.8 \qquad q_2 = \frac{191}{46} \approx 4.16$$

Esto no es eficiente, debido a que no se esta considerando que el convertidor “O_2” produce una externalidad positiva, por lo que el costo marginal privado estara por arriba que el costo marginal social, o sea que se debiera consumir una cantidad mayor a la dicha por el mercado privado.

b) El gobierno, preocupado por la salud de los Santiaguinos y su medio ambiente, lo ha designado a Ud. Para determinar el nivel socialmente óptimo de consumo de convertidores ¿Qué nivel escogería?.

$$C_1MgS = 10 + 10q_1 - 10 = 10q_1$$

$$C_1MgS = P \Rightarrow 10q_1 = P \Rightarrow q_1 = \frac{P}{10} \qquad P \geq 0$$

$$C_2MgS = 5 + 20q_2 - 10$$

$$C_2MgS = 20q_2 - 5$$

$$C_2MgS = P \Rightarrow 20q_2 - 5 = P \Rightarrow q_2 = \frac{P}{20} + \frac{1}{4} \qquad P \geq 0$$

$$Q_o(P)_S = q_1 + q_2 = \frac{3P}{20} + \frac{1}{4} \Rightarrow P = \left(Q - \frac{1}{4}\right)\frac{20}{3}$$

Entonces la cantidad socialmente ideal es:

$$Q_o(P)_S = Q_D(P)$$

$$100 - Q = \left(Q - \frac{1}{4}\right)\frac{20}{3} \qquad \Rightarrow Q = \frac{305}{23} \approx 13.26$$

c) (3 puntos)¿Qué política implementaría usted para alcanzar el nivel socialmente óptimo de consumo de convertidores?.

Entonces se debe obtener un subsidio s para que se consuma $Q = \frac{305}{23}$

$$Q_o(P) = \frac{3P}{20} - \frac{5}{4} \Rightarrow P_o = \left(Q + \frac{5}{4}\right)\frac{20}{3}$$

$$Q_D(P) = 100 - P \Rightarrow P_D = 100 - Q$$

$$P_o - P_D = s$$

$$\left(Q + \frac{5}{4}\right)\frac{20}{3} - (100 - Q) = s \Rightarrow s = 10[u.m.]$$

$$P_o = \frac{2225}{23} \approx 96.74$$

$$q_1 = \frac{399}{46} \approx 8.67$$

$$q_2 = \frac{211}{46} \approx 4.59$$

Entonces el subsidio s a entregar es de 10 u.m.

Problema 5.

Tres compañías ubicadas en cada una de las puntas de una Laguna triangular están completamente aisladas entre sí, sólo se pueden contactar por un barco que pasa una vez al mes cargando los productos de cada empresa, los productos son llevados a la única Ciudad cercana. Dos de las tres empresas (a y b) producen petróleo mientras que la otra (c) produce algas sacadas de la Laguna. Las funciones de costos son:

$$C(q_a) = 5q_a + \frac{q_a^{\ 2}}{2}$$
$$C(q_b) = 20q_b + q_b^{\ 2}$$
$$C(q_c) = 23 + 3q_c^{\ 2} + q_b^{\ 2}$$

El precio del petróleo es de 200. Notar que la producción de la compañía b afecta la producción de la compañía c, esto es por desechos botados a la Laguna.

a) Calcule las cantidades producidas por las compañías a y b.

b) Calcule las cantidades de petróleo que cada empresa debiese producir en el óptimo social.

c) Si el gobierno aplica un impuesto a la producción total para obligar a las empresas a producir en total 240 unidades, ¿cuánto produce cada una? ¿Es eficiente esta medida?

d) Por último el Gobierno ha decidido entregar los derechos de la Laguna a la empresa c, ¿cree usted que esto solucionará el problema?

Respuesta:

$$Cmg(q_a) = 5 + q_a = 200 \Rightarrow q_a = 195$$
$$Cmg(q_b) = 20 + 2q_b = 200 \Rightarrow q_b = 90$$

a)

b)

Luego como la externalidad es sólo hecha por la compañía b, se tiene que la compañía a sigue produciendo 195, *pero la compañía b debe internalizar el costo que le genera a la compañía c*:

$$C(q_b) = 20q_b + 2q_b^{\ 2}$$
$$Cmg(q_b) = 20 + 4q_b = 200 \Rightarrow q_b = 45$$

c) Como el gobierno no sabe quien produce la externalidad cobrará un impuesto a la producción total, luego debemos restar un impuesto t al precio que ven las compañías:

Ojo que para $p \geq 20$ *la oferta agregada es* $Q = \frac{3p}{2} - 15.$

$$Q = \frac{3(p-t)}{2} - 15 \Leftrightarrow 240 = \frac{3(200-t)}{2} - 15 \Rightarrow t = 30$$

$$\Rightarrow q_a = 165 \wedge q_b = 75$$

De donde podemos concluir que no es eficiente pues no se está produciendo en el óptimo social ya que la compañía b produce más de 45 unidades.

d) Como ahora hay derechos de propiedad establecidos pero los costos de transacción aun son altos debido al único barco que pasa una vez al mes, los supuestos del teorema de Coase no se cumplen por lo que no se podría asegurar un óptimo social.

Problema 6.

En un condominio en que viven 6 familias hay un sitio desocupado donde pueden construir una piscina para todos. Dado que se acerca el verano, un vecino está preocupado de que se construya la piscina y ha hecho las averiguaciones pertinentes. El costo de hacer la piscina (incluyendo la mantención) es de $240.000.

Las disposiciones a pagar por la piscina de cada una de las familias del condominio se muestran en la siguiente tabla:

Familia	Disposición a pagar ($)
1	80.000
2	40.000
3	80.000
4	60.000
5	30.000
6	20.000

a. Si la piscina se financia por partes iguales ¿Es la situación con piscina Pareto Superior a la sin piscina?

R: Como cada familia debe asumir un costo de $40.000. Las familias 1, 3 y 4 mejoran su situación, la familia 2 queda igual y las 5 y 6 empeoran su situación con respecto a la situación sin piscina. El nuevo escenario no es Pareto superior pues las familias 5 y 6 están peor.

b. Considerando un financiamiento por partes iguales: ¿Qué familias alegarían que es muy caro y no están dispuestas a hacer la piscina? ¿Se podría llegar a un acuerdo? Dé un ejemplo de acuerdo.

R: Como se vio anteriormente, las familias 5 y 6, no estarán dispuestas a pagar por la instalación de la piscina, pero dado que las disposiciones a pagar sumadas de todas las familias son $ 310.000 valor superior al costo de la misma, nos permite argumentar (principio de compensación) que existen redistribuciones posibles del financiamiento de la piscina entre las familias que permiten construirla, mejorando la situación de todas.

Por ejemplo, la familia 1 paga 60.000 por la piscina, la familia 3 paga 50.000 y el resto de las familias pagan su disposición a pagar la piscina se construye y todos están mejor.

c. Si fuera posible obligar a cada familia a pagar su parte (igual para todos) ¿Se llevaría a cabo el proyecto (hacer la piscina) si se utiliza el criterio de compensación?

R: Sólo se llevaría a cabo la construcción de la piscina si las rentas permitiesen compensar a las familias que el proyecto perjudica. En este caso como se obliga a pagar a cada familia una cantidad igual, si todas las familias pagan 50.000, entonces se reúnen 300.000, los que alcanzan para construir la piscina y compensar a las familias que han sido perjudicadas. En este caso se pagarían 10.000 a la familia 2, 20.000 a la familia 5 y 30.000 a la familia 6.