INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar #2

Martes 24 de marzo
Profesores: Alejandra Mizala, Matteo Triossi
Auxiliares: Manuel Marfán, Rodrigo Moser

1. Suponga que usted cuando dio el CTP1 de IN41A, por el último minuto dedicado al problema 1 obtuvo una décima más en la nota de esa pregunta. Asimismo, el último minuto asignado al problema 2 implicó tener dos décimas más. Suponga también que las notas en esas preguntas fueron 4.8 y 5.0 respectivamente, y que el tiempo total que dedicó a cada problema fue el mismo. ¿Fue eficiente dicha asignación de tiempo? Si la respuesta es negativa, explique por qué y cómo debió distribuir el tiempo durante el CTP para (obviamente) maximizar su nota.

Solución:

El concepto a ser utilizado es el de utilidades marginales. Bajo el supuesto de que las utilidades marginales son decrecientes, si el último minuto que le dedicó a la pregunta 1 se lo hubiera dedicado a la pregunta 2, el beneficio hubiera sido mayor a una décima en esa pregunta. Debe asignarse el tiempo de tal manera que las utilidades marginales sean iguales.

2. Considere que la función de producción de un determinado implemento para ski está dada por:

$$F_i(K_i, L_i) = A_i K_i^{\frac{1}{2}} L_i^{\frac{1}{2}}$$

donde A_i es un parámetro de productividad inherente a la tecnología de la firma *i*.

a) Demuestre que esta función de producción satisface el supuesto de productividad marginal decreciente.

b) Calcule la función de costos de corto plazo y la función de oferta de corto plazo de la firma *i*. Para ello, suponga que cada firma posee una cantidad fija de capital igual a K^*, que el precio por unidad de trabajo es w y el precio por unidad de capital es r.

c) Suponga que esta industria está compuesta por 5 firmas localizadas en Santiago y 5 en Valparaíso. Dado que en Valparaíso no hay nieve para esquiar, los productores ubicados allá venden toda su producción en Santiago. Sin embargo para ello deben incurrir en un costo de transporte de \$ t por unidad. Encuentre y grafique la funcion de oferta de este producto en la ciudad de Santiago. Para ello suponga que $r = w = K^* = 1$, $A_{STGO} = 1$ y $A_{VALPO} = 2$.

d) ¿Cómo cambia la elasticidad precio de la oferta frente a un cambio en el costo de transporte del producto? Explique.

a)

$$F = AK^{1/2}L^{1/2} = q$$

$$F_L = AK^{1/2}\frac{1}{2}L^{-1/2} = \frac{1}{2}A\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}$$

Como la productividad marginal es decreciente, se cumple el supuesto. (El análisis para K es equivalente).

b)

$$q = AK^{1/2}L^{1/2}$$

$$L = \left[\frac{q}{AK^{1/2}}\right]^2 = \frac{q^2}{A^2K}$$

$$C(q) = w\frac{q^2}{A^2K} + rK$$

Notar que el mínimo de los costos variables medios se encuentra en q = 0, luego para todo q, la función de oferta de la firma será igual al costo marginal. La oferta individual es por lo tanto

$$P = \frac{2wq}{A^2K}$$

c) El costo marginal de las firmas de Valparaíso es:

$$CMg = \frac{2wq}{A^2K} + t$$

Como nuevamente el costo medio mínimo se da en $q=0$, la función de oferta de las firmas de Valparaíso es

$$P = \frac{2wq}{A^2K} + t$$

para cualquier q.

Reemplazando los parámetros, se tiene que la oferta de una firma de Santiago y Valparaíso es respectivamente:

$$P = 2q_i^S$$

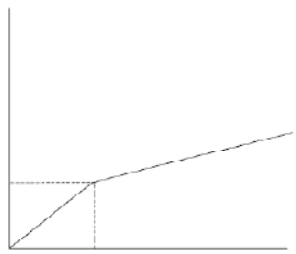
$$P = \frac{q_i^V}{2} + t$$

Agregando las 5 firmas de cada ciudad se tiene que la oferta de las firmas de cada ciudad es:

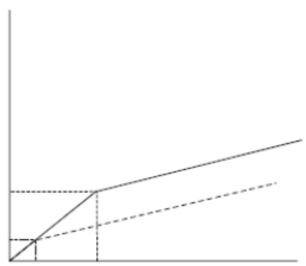
$$Q^S = \frac{5}{2}P$$
$$Q^V = 10(P - t)$$

La oferta de las firmas de Valparaíso está definida sólo para precios mayores que t, por ende la oferta agregada se debe expresar por partes:

$$Q = Q^S \text{ si } P<t$$
$$Q = Q^S + Q^V \text{ si } P \geq t$$



d)
El gráfico muestra la función de oferta agregada para t = t1 (línea entera) y t = t2 < t1 (línea discontinua).



Para P menor que t2: La elasticidad es la misma.
Para P entre t1 y t2: La elasticidad de la oferta con t = t1 es

$$\eta = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q} = \frac{5}{2}\frac{P}{\frac{5}{2}P} = 1$$

La elasticidad de la oferta con t = t2, en un precio entre t1 y t2 es:

$$\eta = \frac{dQ}{dP}\frac{P}{Q} = \left[\frac{25}{2}\right]\frac{P}{\frac{25}{2}P - 10t_2} > 1 \quad \forall t_2 > 0$$

Luego, la oferta para t2<t1 es más elástica en el rango de precios entre t1 y t2. Este resultado es intuitivo en el sentido de que la oferta más elástica será aquella en la cual estén ofreciendo las firmas de Valparaíso y las de Santiago.

Para P>t2

$$\eta_i = \frac{25}{2}\frac{P}{(25P/2 - 10t_i)}$$

$$\frac{d\eta_i}{dt_i} = \frac{250P}{2}\frac{P}{(25P/2 - 10t_i)^2} > 0$$

Es, decir, en este caso la oferta más elástica es aquella con el costo de transporte mayor. Acá estamos comparando la elasticidad las ofertas en el tramo en que ambas son paralelas. Si bien un menor costo de transporte genera una oferta más expandida, dado un precio genera también una oferta más inelástica.

3. Suponga que usted posee una unidad de terreno para plantar tomates. El arriendo de este terreno, o de cualquier otro equivalente tiene un costo $m = 4$. Contratar mano de obra para que trabaje en este terreno tiene un valor de $w = 2$ por hora trabajada y el arriendo de capital cuesta $r = 1$. Su función de producción, dado una cantidad de capital K, una cantidad de horas trabajadas L y una cantidad de tierra T está dada por

$$F(K, L, T) = K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{1}{3}}T^{\frac{1}{3}}$$

a) En el corto plazo usted no puede arrendar más tierras ni dar la suya en arriendo. Calcule la función de costos y la función de oferta de su firma.
b) Suponiendo que hay otras 17 firmas idénticas a la suya que compiten perfectamente contra usted, encuentre la oferta agregada de corto plazo.
c) En el largo plazo, usted puede dar su terreno en arriendo o arrendar más terreno para la producción, y firmas puedes entrar o salir del mercado. Calcule la función de oferta de largo plazo y encuentre el precio de equilibrio de mercado en el largo plazo.

4. La gasolina se vende a través de estaciones locales en condiciones perfectamente competitivas. Todos los dueños de estaciones enfrentan la misma curva de costo medio de largo plazo

$$CMe_{LP} = \frac{Q^2}{10.000} - 1 + \frac{10.000}{Q^2}$$

donde Q es el numero de galones por día.

a) Suponiendo que el mercado está en equilibrio a largo plazo, ¿qué cantidad de gasolina venderá al día cada dueño? ¿Cuáles son los costos medios y marginales a largo plazo para este nivel de producción?
b) La demanda del mercado está dada por:

$$Q^D = 2.500.000 - 500.000P$$

Donde Q^D es el número de galones por día y P el precio por galón. ¿Cuál será el precio de la gasolina en el largo plazo? ¿Qué cantidad de gasolina se demandará y cuántas estaciones habrá?
c) Suponga que por el desarrollo se autos a energía solar la demanda del mercado de la gasolina se contrae a

$$Q^D = 2.500.000 - 500.000P^2$$

En el equilibrio de largo plazo, ¿cuál será el precio de la gasolina? ¿Qué cantidad de gasolina se venderá y cuántas estaciones habrá?

a)

Cada dueño venderá la cantidad que minimiza el costo medio, por lo tanto:

$$\frac{\partial CMe_{LP}}{\partial Q} = \frac{2Q}{10.000} - \frac{2 \cdot 10.000}{Q^3} = 0 \text{, entonces: } Q = 100$$

*(También se puede resolver haciendo CMe = Cmg y el resultado es el mismo). Como

$$CT = CMe \cdot Q = \frac{Q^3}{10.000} - Q + \frac{10.000}{Q} \Rightarrow CMg = \frac{3Q^2}{10.000} - 1 - \frac{10.000}{Q^2}$$

Luego, para Q=100, reemplazando en las respectivas funciones se obtiene $CMe_{LP}(Q=100) = 1 = CMg_{LP}(Q=100)$.

b)

El precio de la gasolina a largo plazo está determinado por el costo medio mínimo:

Luego, $P = CMe_{MinLP} = 1$, por el resultado de la parte a).
Reemplazando esto en la demanda, se obtiene:

$$Q = 2.500.000 - 500.000 = 2.000.000$$

Luego, el número de firmas está determinado por:

$$n = \frac{Q}{q} = \frac{2.000.000}{100} = 20.000$$

c)

El precio se mantiene en 1, porque está determinado sólo por la oferta de largo plazo.

Reemplazando en la función de demanda dicho P, se obtiene:
$Q = 2.000.500 - 2.000.000 = 500$

Luego, el número de firmas está determinado por: $n = \frac{Q}{q} = \frac{500}{100} = 5$ estaciones de gasolina.

Por lo tanto, el impacto del desarrollo de la nueva energía sobre los vendedores de gasolina fue bastante alto, tras pasar de 20.000 estaciones a tan sólo 5.