INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesor: Matteo Triossi
Coordinador: Maria Jose Lambert
Auxiliar: Nicolás Riquelme

Curso: IN3202-2 Microeconomía
Semestre: Otoño 2010

Auxiliar 4

P1 Suponga una empresa vitivinícola que posee dos plantas para producir su vino. Cada planta corresponde a una tecnología distinta, pero el vino que sale de ellas es indistinguible. Los insumos que requiere la producción de vino son capital (bodegas, maquinaria, etc), trabajo (cuidado y cosecha de la viña, enólogos) y tierra para cultivar. La planta 1 produce de acuerdo a:

$$F_1(L,K,T) = Min\left[\frac{2}{3}L, \frac{1}{4}K, 3T\right]$$

Y la planta 2 de acuerdo a:

$$F_2(L,K,T) = L^{1/4}K^{1/2}T^{1/4}$$

Suponga que una cantidad T0 = 2 de tierra ya está cultivada. Suponga también que el precio de los insumos L, K y T es w=1, r=3 y m=2.

a) Encuentre la función de costos y oferta de cada una de las plantas.

R:
Para la planta 1 se tiene que:

$$q = \min\left[\frac{2}{3}L, \frac{1}{4}K, 6\right]$$

Pero sabemos que en el óptimo:

$$q = \frac{2}{3}L = \frac{1}{4}K \Rightarrow 8L = 3K = 12q$$

Por lo tanto, a función de costos es:

$$c(q) = rK + wL + mT = 3K + L + 2T = 12q + \frac{3}{2}q + 4 = \frac{27}{2}q + 4$$

Para la planta 2 se tiene que:

$$q = K^{1/2}L^{1/4}2^{1/4}$$

El problema que resuelve la firma es:

$$Max\ K^{1/4}L^{1/2}2^{1/4} - rK - wL - 4$$

$$CPO_K \quad \frac{1}{2}K^{-1/2}L^{1/4}2^{1/4} = r$$

$$CPO_L \quad \frac{1}{4}L^{-3/4}K^{1/2}2^{1/4} = w$$

$$CPO_K / CPO_L \Rightarrow r/w = \frac{2L}{K}$$

$$3K = 2L$$

$$q = L^{1/4}\left(\frac{2L}{3}\right)^{1/2} 2^{1/4}$$

$$q = L^{3/4}\frac{2^{3/4}}{3^{1/2}}$$

$$C(q) = rK + wL + mT = 3K + L + 4$$

$Re\,emplazando$

$$C(q) = 3L + 4$$

$$L = \frac{3^{2/3}q^{4/3}}{2}$$

$$C(q) = \frac{3^{5/3}q^{4/3}}{2} + 4$$

Función de Costos planta 2

Luego la oferta es la curva de costos marginales:
Planta 1:

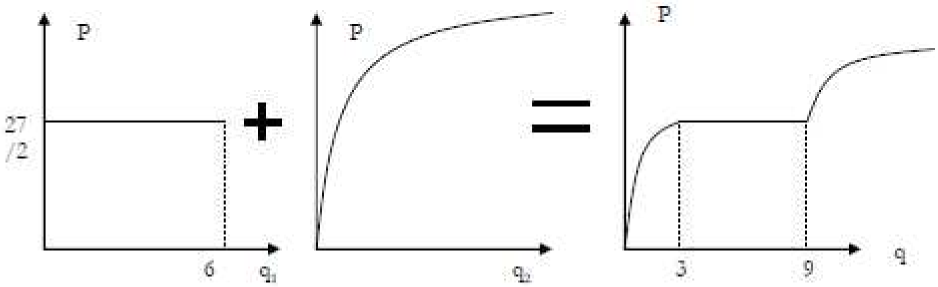
P=C'(q)=27/2 para todo q<=6

Planta2:

*P=C'(q)=2*3^{2/3}q^{1/3}* $P=C'(q)=2*3^{2/3}q^{1/3}$

b) Encuentre la oferta de la empresa vitivinícola.

R: Luego la oferta de la firma es



P2 La gasolina se vende a través de estaciones locales en condiciones perfectamente competitivas. Todos los dueños de estaciones enfrentan la misma curva de costo medio de largo

$$CMe_{LP} = \frac{Q^2}{10.000} - 1 + \frac{10.000}{Q^2}$$

, donde Q es el número de galones por día.

a) Suponiendo que el mercado está en equilibrio a largo plazo, ¿Qué cantidad de gasolina venderá al día cada dueño? ¿Cuáles son los costos medios y marginal a largo plazo para este nivel de producción?

R: Cada dueño venderá la cantidad que minimiza el costo medio, por lo tanto:

$$\frac{\partial CMe_{LP}}{\partial Q} = \frac{2Q}{10.000} - \frac{2 \cdot 10.000}{Q^3} = 0 \text{ , entonces: } Q = 100$$

**(También se puede resolver haciendo CMe = Cmg y el resultado es el mismo)*

$$\text{como } CT = CMe \cdot Q = \frac{Q^3}{10.000} - Q + \frac{10.000}{Q} \Rightarrow CMg = \frac{3Q^2}{10.000} - 1 - \frac{10.000}{Q^2}$$

Luego, para Q=100, reemplazando en las respectivas funciones se obtiene $CMe_{LP}(Q=100) = 1 = CMg_{LP}(Q=100)$.

b) La demanda del mercado de gasolina está dada por: $Q_D = 2.500.000 - 500.000P$, donde Q_D es el número de galones demandados por día, y P el precio por galón. ¿Cuál será el precio de la gasolina a largo plazo?, ¿Qué cantidad de gasolina se demandará y cuantas estaciones habrá?

R: El precio de la gasolina a largo plazo está determinado por el costo medio mínimo:

Luego, $P = CMe_{MinLP} = 1$ *, por el resultado de la parte a).*

Reemplazando esto en la demanda, se obtiene: $Q = 2.500.000 - 500.000 = 2.000.000$

Luego, el número de firmas está determinado por: $n = \frac{Q}{q} = \frac{2.000.000}{100} = 20.000$ *estaciones de gasolina.*

c) Suponga que por el desarrollo de autos a energía solar la demanda de mercado de la gasolina se contrae a $Q_D = 2.000.500 - 2.000.000P$. En el equilibrio de largo plazo, ¿Cuál será el precio de la gasolina?, ¿Qué cantidad de gasolina se demandará y cuantas estaciones habrá?, ¿Fue significativo el impacto de la energía solar sobre la venta de gasolina?

R: El precio se mantiene en 1, porque está determinado sólo por la oferta de largo plazo.

Reemplazando en la función de demanda dicho P, se obtiene:
$Q = 2.000.500 - 2.000.000 = 500$

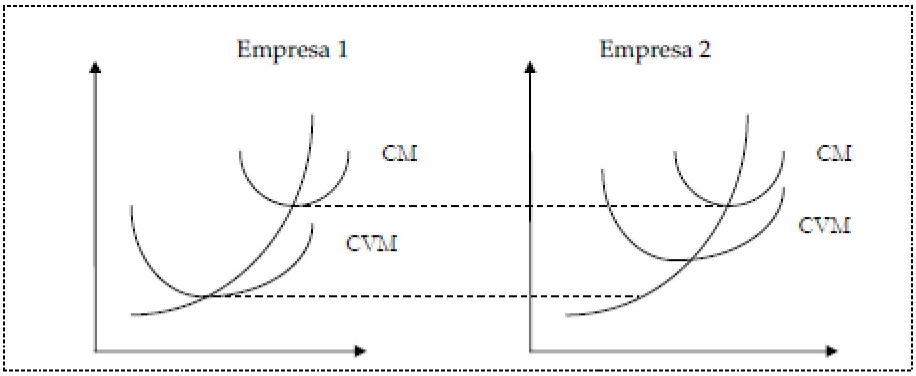
Luego, el número de firmas está determinado por: $n = \frac{Q}{q} = \frac{500}{100} = 5$ *estaciones de gasolina.*

Por lo tanto, el impacto del desarrollo de la nueva energía sobre los vendedores de gasolina fue bastante alto, tras pasar de 20.000 estaciones a tan sólo 5.

P3 Dos firmas, que producen bajo la misma tecnología enfrentan un precio P estando en una economía cerrada. En un determinado período la economía se abre. El precio internacional del bien que producen queda en P'<P. Por esta razón, la firma que podrá mantenerse operativa por más tiempo será aquella con menores costos fijos. Comente apoyándose con gráficos. (Suponga competencia perfecta en todos los escenarios)

R: Como ambas tienen la misma tecnologia entonces tambien presentan igual función de costos, por lo que ambas, en el caso que el precio caiga por debajo del costo variable medio mínimo, saldrán al mismo tiempo del mercado.
En el caso que hubiesen tenido iguales costos totales, pero distintos costos fijos, entonces la que tiene CF mayores, tendrá CV menores, por lo tanto podrá enfrentar menores precios y aun mantenerse en el mercado. Por lo tanto, la afirmación es falsa.

Gráficamente, si dos empresas tienen iguales costos totales (CT), también tienen iguales costos medios (CMe); pero, la empresa que tiene mayores costos fijos (CF) tiene un costo variable medio (CVMe) inferior o más bajo. Si bajan los precios, la empresa que tiene CF más bajos y CVMe mas altos (empresa 2) podrá tomar la decisión de cerrar, si el precio es inferior que el CVMe; sin embargo, la empresa que tiene CF más altos y CVMe más bajos (empresa 1) podrá estar aun en el tramo en que el precio cubre al menos parte del costo fijo, y por lo tanto le conviene seguir produciendo.



P4 Cuando una firma utiliza una combinación de factores tal que la tasa de sustitución tecnológica es igual a -1, esto significa que para producir una unidad del bien, debe usar la misma cantidad de capital que de trabajo. Comente.

R: Falso, la tasa de sustitución tecnológica corresponde a la tasa a la cual debo sustituir capital por trabajo, manteniendo el nivel de producción constante. Esto nada tiene que ver con la combinación de insumos que se esté usando.

P5 Considere que la función de producción de un determinado implemento para ski está dada por:

$$F_i (K_i , L_i) = A_i K_i^{1/2} L_i^{1/2}$$

donde Ai es un parámetro de productividad inherente a la tecnología de la firma i.

a) Demuestre que esta función de producción satisface el supuesto de productividad marginal decreciente.
b) Calcule la función de costos de corto plazo y la función de oferta de corto plazo de la firma i. Para ello, suponga que cada firma posee una cantidad fija de capital igual a K*, que el precio por unidad de trabajo es w y el precio por unidad de capital es r.
c) Suponga que esta industria está compuesta por 5 firmas localizadas en Santiago y 5 en Valparaíso. Dado que en Valparaíso no hay nieve para esquiar, los productores ubicados allá venden toda su producción en Santiago. Sin embargo para ello deben incurrir en un costo de transporte de $ t por unidad. Encuentre y grafique la función de oferta de este producto en la ciudad de Santiago. Para ello suponga que r = w = K* = 1, $A_{STGO} = 1$ y $A_{VALPO} = 2$.

R:

a)

$$F = AK^{1/2}L^{1/2} = q$$

$$F_L = AK^{1/2}\frac{1}{2}L^{-1/2} = \frac{1}{2}A\left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}$$

Como la productividad marginal es decreciente, se cumple el supuesto. (El análisis para K es equivalente).

b)

$$q = AK^{1/2}L^{1/2}$$

$$L = \left[\frac{q}{AK^{1/2}}\right]^2 = \frac{q^2}{A^2K}$$

$$C(q) = w\frac{q^2}{A^2K} + rK$$

Notar que el mínimo de los costos variables medios se encuentra en q = 0, luego para todo q, la función de oferta de la firma será igual al costo marginal.
La oferta individual es por lo tanto:

$$P = \frac{2wq}{A^2K}$$

c) El costo marginal de las firmas de Valparaíso es:

$$CMg = \frac{2wq}{A^2K} + t$$

Como nuevamente el costo medio mínimo se da en q=0, la función de oferta de las firmas de Valparaíso es:

$$P = \frac{2wq}{A^2K} + t \text{ para cualquier q.}$$

Reemplazando los parámetros, se tiene que la oferta de una firma de Santiago y Valparaíso es respectivamente:

$$P = 2q_i^{\,S}$$
$$P = \frac{q_i^{\,V}}{2} + t$$

Agregando las 5 firmas de cada ciudad se tiene que la oferta de las firmas de cada ciudad es:

$$Q^S = \frac{5}{2}P$$
$$Q^V = 10(P-t)$$

La oferta de las firmas de Valparaíso está definida sólo para precios mayores que t, por ende la oferta agregada se debe expresar por partes:

$$Q = Q^S \text{ si } P<t$$
$$Q = Q^S + Q^V \text{ si } P \geq t$$

Es decir, la oferta agregada es

$$Q = \frac{5}{2}P \text{ si P<t}$$

$$Q = \frac{5}{2}P + 10(P - t) = \frac{25}{2}P - 10t \quad \text{si } P \geq t$$