

Pauta CTP N° 2
IN3202 –Microeconomía

P1. Considere la siguiente función de producción

$$f(k, l) = 2k + 3l$$

Además, en la economía se paga un salario fijo w al trabajo, y un retorno al capital de r

a) ¿Qué tipo de retornos a escala posee esta función de producción?

Respuesta: Retornos constantes a escala ya que

$$f(\lambda k, \lambda l) = 2\lambda k + 3\lambda l = \lambda f(k, l)$$

b) Resuelva el problema que enfrenta la firma de minimización de costos, cuando $w=1$ y $r=3$.

Respuesta: Dado que la función a minimizar es lineal, con una restricción lineal, se tendrá una solución esquina.

Como la pendiente de la isocuanta es más inclinada que la de isocosto, se tiene que la solución será

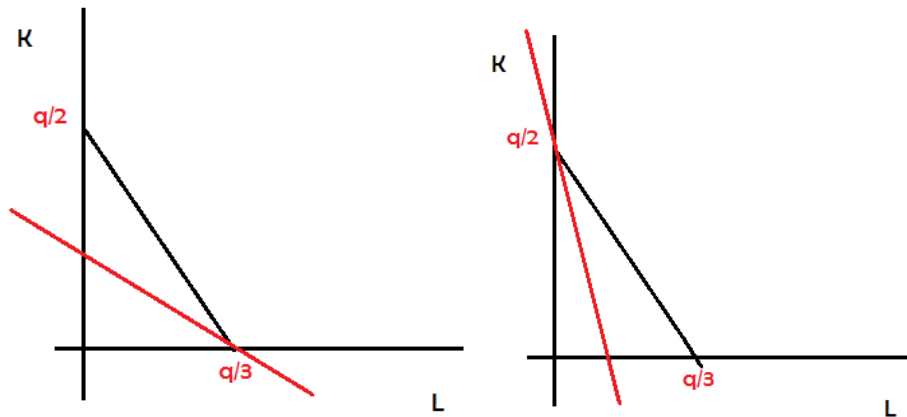
$$(k, l) = \left(0, \frac{q}{3}\right)$$

c) ¿Qué sucede si los precios de los factores cambian a $w=3$ y $r=1$? Resuelva.

Respuesta: Ahora la relación entre las pendientes es contraria, por lo que la solución es la otra esquina

$$(k, l) = \left(\frac{q}{2}, 0\right)$$

d) Grafique los dos casos anteriores. Explique la solución del problema anterior en su grafico.



Se obtienen las soluciones esquinas, dependiendo de cuáles son las relaciones entre los pagos a los factores productivos.

e) Calcule la función de costos que enfrenta esta empresa en función de la producción.

Respuesta:

Para el caso b), se tiene la siguiente función de costos

$$C(q) = \frac{q}{3}$$

Para el caso c)

$$C(q) = \frac{q}{2}$$

f) ¿Qué relación tiene la forma de la función de costos (cóncava, convexa o lineal) con el tipo de retorno a escala que posee? Explique detalladamente

Respuesta: La función de costos es lineal en "q", lo cual es resultado de que la función de producción es de retornos constante a escala. Independientemente de la cantidad producida, el costo de la siguiente unidad marginal es la misma.

P2. Decir que una función tiene retornos constantes a escala es equivalente a que sea homogénea de grado 1. En general, que una función sea homogénea de grado n significa que

$$f(tk, tl) = t^n f(k, l)$$

- a. Muestre que si una función de producción es homogénea de grado n, sus productividades marginales serán homogénea de grado n-1

Respuesta:

Derivando con respecto al capital (caso del trabajo análogo)

$$t f_1(tk, tl) = t^n f_1(k, l)$$

$$f_1(tk, tl) = t^{n-1} f_1(k, l)$$

Lo cual muestra que la productividad marginal es homogénea de grado n-1

- b. Use el resultado anterior para mostrar que la productividad marginal de cualquier función de producción con retornos constantes a escala depende solo del radio entre k y l

Respuesta:

Como la función de retornos constante a escala es homogénea de grado 1, sus productividades marginales son homogéneas de grado 0, por tanto se cumple que

$$f_1(k, l) = f_1(tk, tl)$$

Como esta relación se cumple para cualquier t, en particular para

$$t = \frac{1}{l}$$

$$f_1(k, l) = f_1\left(\frac{k}{l}, 1\right) = f_1\left(\frac{k}{l}\right)$$

- c. Use el resultado anterior para mostrar que la RMST de una función con retornos constante a escala depende solo del radio entre k y l

Respuesta:

Como la RMST se define como

$$RMST = \frac{f_1(k, l)}{f_2(k, l)} = \frac{f_1\left(\frac{k}{l}\right)}{f_2\left(\frac{k}{l}\right)}$$

Se tiene que ocupando la parte anterior, se logra lo pedido.

- d. Mas generalmente, muestre que para cualquier función homogénea, la RMST es independiente de la escala. Es decir, que todas las isocuantas son expansiones de la isocuanta unitaria.

Respuesta:

Para cualquier función homogénea de grado n , se tiene que

$$f_1(tk, tl) = t^{n-1}f_1(k, l)$$

$$f_2(tk, tl) = t^{n-1}f_2(k, l)$$

Luego

$$RMST(tk, tl) = \frac{f_1(tk, tl)}{f_2(tk, tl)} = \frac{t^{n-1}f_1(k, l)}{t^{n-1}f_2(k, l)} = \frac{f_1(k, l)}{f_2(k, l)} = RMST(k, l)$$

Lo cual muestra que el valor de la RMST es independiente de la escala para una función homogénea en general.

P3. Suponga que el mercado de las calculadoras es muy competitivo, y se encuentra en el equilibrio de largo plazo (todos los factores variables).

Suponga que cada empresa enfrenta una función de costo igual a

$$C(q) = 8q^3 - 16q^2 + 13q$$

Además, la demanda por calculadoras es

$$Q(p) = 150 - 5p$$

- a) Calcule el equilibrio de largo plazo, es decir precio, cantidad a producir en la economía, cantidad a producir por cada firma, y el número de firmas en la economía.

Respuesta: En el equilibrio de LP se tiene que

$$Cme = Cmg \Rightarrow q = 1$$

Luego, como el precio es exactamente el costo marginal de la firma

$$P = Cmg(q = 1) \Rightarrow p = 5$$

Con este precio, reemplazando en la función de demanda se obtiene la demanda total

$$Q(p = 5) = 150 - 5 * 5 = 125$$

Como cada firma produce solo una unidad, la cantidad de firmas que habrá en la economía son 125

$$n = 125$$

Suponga que una de las firmas descubre una nueva tecnología en chips para calculadoras, que lo hará reducir sus costos. La nueva función de costos será:

$$C(q) = \frac{q^3}{3} - q^2 + 2q$$

Suponga que esta firma es la única conocedora de esta tecnología, por lo tanto el resto de las firmas se sigue comportando competitivamente.

- b) Calcule el nuevo equilibrio. Calcule además las utilidades de cada una de las firmas. Comente.

Respuesta:

Dado que la firma no puede abastecer toda la demanda, el precio de equilibrio de largo plazo es 5. Si el precio fuera el costo medio mínimo de la nueva empresa, las demás firmas tendrían pérdidas, saldrían del mercado y habría exceso de demanda lo que obligaría a subir el precio hasta que existan incentivos a la entrada de firmas, luego el equilibrio de largo plazo (en que no quieran entrar más firmas y tampoco quieran salir las existentes) ocurre en el costo medio mínimo del resto de las firmas.

La cantidad de equilibrio de la industria es $Q^*=125$, q^* para todas las demás firmas es 1. Para la nueva firma, dado que es tomador de precios, para maximizar utilidades iguala el precio a su costo marginal.

Así:

$$5 = P = Cmg \Rightarrow q = 3$$

Entonces, las demás firmas venden $125-3=122$, como cada una produce 1 unidad existirán 122 firmas de las antiguas mas la nueva, entonces $n=123$.

Las utilidades de las demás firmas es cero y la utilidad de la nueva es:

$$\pi = 9$$

- c) Suponga que la nueva tecnología en chips ocupada por la firma ocupa materiales contaminantes en su producción, por lo que el gobierno decide imponer un impuesto en su producción. ¿Cuánto debe ser el impuesto máximo por unidad con esta nueva tecnología, de modo que sea conveniente utilizarla.

Respuesta:

Para desincentivar el uso de la tecnología de la nueva firma basta con que no tenga utilidades, así estará indiferente entre usar su tecnología y la otra. Luego, el impuesto que hay que cobrar es la diferencia entre el precio (5) y su costo medio mínimo.

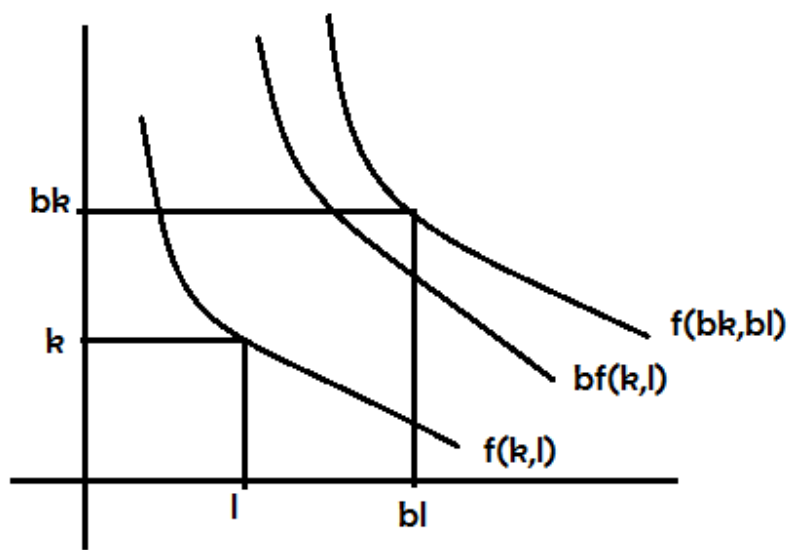
Derivando e igualando a cero el Cme, se llega a que $q = 3/2$. Así, el costo medio mínimo es $5/4$. Luego $t = 5 - 5/4 = 15/4$.

P4. Actualidad. (Ver noticia Anexa)

Comente ocupando gráficos acerca de los beneficios que podrían tener estas empresas al fusionarse. ¿Que debe cumplir en particular la función de producción en este tipo de firmas para que la fusión pueda ser conveniente? Para la simpleza de su respuesta, suponga una función de producción de tan solo 2 factores productivos.

Respuesta:

Los beneficios que traería la fusión van por el lado de los **retornos crecientes a escala** que podría tener la función de producción en este rubro. Por ejemplo, con la fusión se podría pensar que duplicaran cada uno de los factores productivos, y con retornos crecientes a escala se obtendrían mayores producciones que si lo hicieran separadamente. Esto claramente es mejor para cada una de las empresas, si es que finalmente se reparten las ganancias de una forma adecuada.



Codelco y Anglo American podrían operar juntos sectores de Los Bronces y Andina

La idea de una fusión entre Los Bronces (ex Disputada de Las Condes), que opera Anglo American, y la División Andina de Codelco no parecería tan lejana. Ambos yacimientos están separados por una delgada línea imaginaria, que con el desarrollo de sus planes mineros -la estatal lleva adelante su Fase II de Andina por US\$ 4.745 millones, y la firma anglo-sudafricana la iniciativa de ampliación de Los Bronces por US\$ 2.400 millones- se podría estrechar aún más.

Por ello, las compañías comenzaron a trabajar para que, posiblemente en un futuro cercano, parte de estos yacimientos se conviertan virtualmente en uno solo. ¿Cómo? A través de una "fusión" operativa en algunos sectores que se definirán a mitad de año.

Miguel Ángel Durán, presidente ejecutivo de Anglo American Chile, dice que junto a Codelco encargaron un estudio a una empresa externa -que debería estar listo en un par de meses más- con la intención de ver cuáles son las mejores alternativas de desarrollo futuro de ambos yacimientos, que en conjunto procesarán cerca de un millón de toneladas de cobre fino al año.

Según Durán, el informe presentará tres escenarios: el primero es que Codelco y Anglo American realicen pequeñas modificaciones al diseño de sus planes mineros para seguir tal y como operan actualmente, de forma separada; la segunda, que ambas compañías se repartan ciertos sectores donde se toparán con la ampliación de sus yacimientos, y la tercera, y quizás la más atractiva, debido a los beneficios que podría significar para

ambas compañías el que trabajen en forma conjunta dichos sectores.

"Esta última podría significar que si es que hay beneficios en hacer eso, nos sentemos a conversar y digamos: 'Aquí hay un valor adicional para las dos partes', que conversemos cómo lo podemos hacer para operar de manera conjunta a través de una única empresa, los yacimientos", asegura Durán. Dicho de otra forma, el ejecutivo señala que el estudio podría determinar que la ecuación "uno más uno" puede resultar en un valor mayor a "dos", en cuanto a que las utilidades de estos sectores serían proporcionalmente mayores para ambas compañías si se reducen los costos de explotación.

El documento también fijará cuáles son los sectores que podrían ser explotados en conjunto, ya que esta variable tampoco ha sido determinada.

"No hemos conversado absolutamente nada con Codelco, porque no conocemos todavía el resultado de los estudios solicitados", sostiene el presidente ejecutivo de Anglo, "pero sin duda podría haber una reducción de costos con esto", agrega.

Según Durán, actualmente ambas compañías mantienen algunas sinergias, como en el uso de agua o transporte de material, pero -si así lo determina el informe- "esto sería ir un paso más allá".