

## Tarea 1: Programación Dinámica Estocástica

**Fecha de Entrega:** Miércoles 28 Abril de 2010

Suponga que usted y su grupo han sido contratados para asesorar al área de Desarrollo de Redes de una prestigiosa Línea Aérea Nacional de nombre SAN ("South American Network").

Producto de una ambiciosa estrategia de expansión, SAN ha realizado hace un par de días, la compra de 12 aviones Airbus 318 y 2 Boeing767 de capacidades 150 y 320 asientos respectivamente.

La idea del Gerente de Redes, que desea implementar con su ayuda, es la de volar 4 nuevos destinos utilizando las adquisiciones realizadas.

Se sabe que por políticas internas propias de SAN, jamás se podrá asignar más de 6 aviones A318 a una misma ciudad. Se sabe, además, que los aeropuertos de cada una de las ciudades, interesados en aumentar el tráfico de pasajeros y aprovechando el renombre internacional de SAN, están incluso dispuestos pagarle por cada uno de los aviones que se asignen según la siguiente tabla:

|      | Pago por avión asignado por Ciudad k (USD) |          |          |          |
|------|--|----------|----------|----------|
|      | Ciudad 1                                   | Ciudad 2 | Ciudad 3 | Ciudad 4 |
| A318 | 45000                                      | 35000    | 20000    | 50000    |
| B767 | 70000                                      | 80000    | 60000    | 75000    |

Figura 1: Pago por colocar avión tipo i, en ciudad k

No obstante lo anterior, si el número de aviones asignados a la ciudad k, superase las 4 unidades, el aeropuerto de la ciudad k-ésima castigará con un impuesto particular, por cada avión que supere la cota. Lo anterior, resulta simplemente del traspaso del costo en congestión dentro del aeropuerto hacia las líneas aéreas:

| Impuesto por avión asignado por Ciudad k (USD), si $N_k > 4$ |          |          |          |
|--|----------|----------|----------|
| Ciudad 1   | Ciudad 2 | Ciudad 3 | Ciudad 4 |
| 120000   | 160000   | 60000    | 100000   |

Figura 2: Impuesto a pagar por cada avión por sobre las 4 unidades, en ciudad k

Finalmente, se sabe, también, que el contrato entre SAN y los diferentes aeropuertos estipula que de no asignar aviones a la ciudad k-ésima, el aeropuerto en cuestión castigará a SAN por el costo de oportunidad que representa no darle uso a sus gates:

| Costo por no colocar aviones en Ciudad k (USD) |          |          |          |
|--|----------|----------|----------|
| Ciudad 1                                       | Ciudad 2 | Ciudad 3 | Ciudad 4 |
| 100000   | 120000   | 150000   | 90000    |

Figura 3: Costo por no asignar aviones a ciudad k

Ahora bien, además de todo lo acordado con los diferentes aeropuertos, SAN ha decidido cobrar un precio de P(fijo para las 4 ciudades), por cada uno de sus pasajes, con lo que intentará cubrir sus costos operativos, correspondientes al costo inducido por cada pasajero, por términos de catering , C, y aquellos correspondientes al gasto en petróleo a precio Pet([USD/Barril]. Considere que un barril de petróleo alcanza para recorrer un km-avión).

Se modelará la demanda por vuelos hacia la ciudad k, como la suma entre una demanda determinista, que podrá entenderse como la demanda por turismo (cuyo comportamiento es predecible) y una parte aleatoria, correspondiente a aquellos pasajeros que compren sus boletos a última hora.

$$D_k = d_k + e_k$$

Para obtener la demanda determinista, usted debe saber que cada una de las ciudades posee un mercado potencial  $M_k$ , y que la fracción de ella que usted atraerá, dependerá directamente de su oferta de vuelos. Esto es, si el número de asientos que usted asigna a la ciudad k es x, entonces, usted atraerá una demanda  $M_k * \alpha(x)$ , donde se definirá:

$$\alpha(x) \equiv 1 - e^{-\sqrt{x}/35}$$

A su vez, se sabe que el número de pasajes comprados a último momento, dependerá tanto de la oferta de asientos a la ciudad k, como del tamaño del mercado en particular. Se ha estimado, que la demanda aleatoria puede ser Alta, Normal o Baja, tal que:

$$P \{Demanda Aleatoria Alta, Ciudadk\} = \frac{M_k}{\sum_i M_i} * \frac{x}{8560}$$

$$P \{Demanda Aleatoria Baja, Ciudadk\} = \frac{\sum_{i \neq k} M_i}{\sum_i M_i} * \frac{x}{2140}$$

| Precios en USD |      | Distancia Ciudades en Kms |      |
|----------------|------|---------------------------|------|
| P              | 500  | D1                        | 1500 |
| P*             | 1000 | D2                        | 1250 |
| Pet            | 80   | D3                        | 1875 |
| C              | 50   | D4                        | 2000 |

Figura 4: Parámetros del Problema

Por último, se sabe que en caso de haber una demanda alta, SAN atraerá el 0,6 del mercado restante; en caso de ser Normal, atraerá un 0,25; y en caso de demanda baja, simplemente un 0,1. Considere que debido a lo tarde de la reservación los tickets vendidos a última hora, tendrán un precio mayor al precio general, y que se designará como P\*.

| Mercados Potencial $M_k$ asociados a cada ciudad |          |          |          |
|--|----------|----------|----------|
| Ciudad 1   | Ciudad 2 | Ciudad 3 | Ciudad 4 |
| 1100   | 1500     | 800      | 1300     |

Figura 5: Mercados Potenciales

## Preguntas

1. Explique por qué el problema puede ser modelado mediante Programación Dinámica Estocástica.
2. Plantee el modelo a resolver mediante Programación Dinámica Estocástica.
3. Resuelva el modelo anterior entregando la asignación óptima y las utilidades (o desutilidades) esperadas.
4. Realice un análisis de sensibilidad de las variables que usted considere interesantes. Argumente su respuesta y concluya en base a su análisis.

## Indicaciones

- La tarea debe realizarse en grupos de 3 o 4 personas, las cuales pueden eventualmente pertenecer indistintamente a los cursos IN44A o IN3702 (indicarlo claramente en la portada del informe).
- Se debe redactar un informe autocontenido, siendo el índice sugerido el siguiente:
  - Portada
  - Resumen Ejecutivo
  - Índice
  - Introducción (marco teórico)
  - Descripción del problema
  - Resultados esperados
  - Desarrollo de las preguntas
  - Análisis de resultados
  - Conclusiones
  - Bibliografía
  - Anexos
- El informe debe tener **una extensión máxima de 15 páginas,** sin contar portada, índice, bibliografía, anexos ni resumen ejecutivo (este último debe ser de una página máximo). Por cada página extra se les descontará un punto en la nota<sup>1</sup>.
- Se **debe** resolver mediante Microsoft Excel y el lenguaje de programación Visual Basic (pueden acceder a él desde el mismo Excel).
- El informe debe ser entregado en la secretaría de Industrias hasta las 10:00 horas del día de la fecha límite y además enviar una copia por U-cursos antes de las 23:59 horas de ese mismo día (incluir informe y archivo .xls, evitar a toda costa los archivos .xlsx).
- El descuento sería de 1 punto por día de atraso.
- Puede realizar supuestos si lo considera necesario, pero indicándolo en su informe. Recuerde que no basta con resolver el problema de manera correcta, también **debe saber explicar su solución.**
- Dudas sobre el enunciado se responderán a través del foro de u cursos.

---

<sup>1</sup>De lo anterior puede deducir que quienes entreguen un informe de 21 o más páginas serán calificados inmediatamente con un 1.0.