

Pauta Control 1  
Macroeconomía IN4203  
Profesor: Benjamín Villena R.  
Auxiliar: Miguel Biron

## Pregunta 1 : Contabilidad Nacional

1. Consideremos una economía que contiene dos empresas: una empresa agrícola que produce uvas, limones y barriles de madera, y una productora de pisco sour. La empresa agrícola produce en el año 2000 unas 10000 uvas, 50 limones y 10 barriles de madera (considere que los barriles de madera son bienes de capital). Vende esos productos a un precio de 1, 10 y 100 cada unidad respectivamente. La productora de pisco sour produce 100 litros que vende a un precio de 500 y compra 8000 uvas, los 50 limones y 8 de los 10 barriles. Ya la productora poseía 40 barriles. Defina y calcule el PIB para esa economía en ese año.

**R:** La producción por parte de la empresa agrícola es:

$$10000 * 1 + 50 * 10 + 10 * 100 = 10000 + 500 + 1000 = 11500$$

En caso de la productora de pisco, solo se toma en cuenta el valor agregado (se quitan los bienes intermediarios pero no se quitan los bienes de capital), lo que sería:

$$100 * 500 - (8000 * 1 + 50 * 10) = 50000 - (8000 + 500) = 50000 - 8500 = 41500$$

Por lo tanto el PIB es igual a:

$$PIB = 11500 + 41500 = 53000$$

2. En el año 2001, los precios no cambian. La productora de pisco paga un monto igual a 40000 de salarios, realiza 15000 de beneficios y no paga impuestos. La empresa agrícola paga 2500 de salarios, realiza 500 de beneficios y tampoco paga impuestos. En ese año, la productora compra los dos barriles que no había comprado el año anterior. ¿Cuál es el valor del PIB para ese año?

**R:** El cálculo se realiza utilizando la metodología a través de la suma de ingresos de la economía, luego en el cálculo se deben incluir los ingresos relativos al capital, al trabajo y al estado, luego se obtiene:

$$PIB_{2001} = Ingresos(Capital) + Ingresos(Trabajo)$$

$$PIB_{2001} = \Sigma Beneficios + \Sigma Salarios$$

$$PIB_{2001} = (15000 + 500) + (40000 + 2500) = 58000$$

3. Defina inversión. ¿Cuál es el valor de la inversión en el año 2000 sabiendo que la productora de pisco sour emitió unas acciones por un monto de 10 000 en ese año?

**R:** Se calcula la inversión como la suma de los bienes de capital en los que incurre la economía, esto es, los 8 barriles que compra la productora de pisco sour. No se debe incluir la compra de 10.000 en acciones. Inversión es la adquisición de activos de capital físico, no financiero.

$$I_{2000} = 8 * 100 = 800$$

4. En el año 2002, se multiplican los precios por 2 y se producen las mismas cantidades que en el año anterior. ¿Cuál es la tasa de crecimiento para este año? Explique.

**R:** La pregunta hace relación al cálculo del PIB real, luego es evidente que la tasa de crecimiento es de un 0%.

## Pregunta 2 : Consumo

Suponga que Jacinto es un maximizador de utilidad que vive en un mundo de dos períodos. En el primer período Jacinto ya ha recibido 100 manzanas del árbol de su casa, su única fuente de alimentación. En su aldea hay vecinos que están dispuestos a prestar y pedir prestado manzanas a un interés de 10% por período. Jacinto valora las manzanas  $m_t$  que consume en el período  $t$  de acuerdo a la función de utilidad  $u(m_t) = \log m_t$  (log es logaritmo natural). Jacinto tiene preferencia por consumir hoy, puesto que descuenta la utilidad de consumir manzanas mañana en un 10%.

1. Si Jacinto sabe que su ingreso el próximo período será con certeza de 150 manzanas, plantee formalmente el problema que él resuelve. Determine el monto de manzanas que Jacinto ahorra y consume hoy. Explique el significado de su resultado.

**R:** El problema de Jacinto sería

$$\begin{aligned} & \max_{m_1, m_2} \left\{ \log m_1 + \frac{1}{1 + \rho} \log m_2 \right\} \\ & \text{sujeto a } m_1 + \frac{m_2}{1 + r} = W = 100 + 150/(1 + r) \end{aligned}$$

Las condiciones de primer orden son muy simples

$$\frac{1/m_1}{1/m_2} = \frac{1 + r}{1 + \rho} = 1 \rightarrow m_1 = m_2$$

Reemplazando en la restricción presupuestaria intertemporal se obtiene que

$$m_1 + m_1/1,1 = 236,36 \rightarrow m_1 = m_2 = 123,8$$

Jacinto tiene una función de utilidad cóncava por lo cual intenta suavizar su patrón de consumo intertemporalmente. Al ser el descuento intertemporal igual al descuento de mercado, Jacinto escoge consumir su riqueza total en cantidades iguales en ambos períodos.

- Ahora suponga que el ingreso de Jacinto el próximo período es incierto. Con probabilidad  $1/2$  puede recibir 250 manzanas, y con probabilidad  $1/2$  puede recibir sólo 50. Suponga que Jacinto puede comprometerse a pagar manzanas a otros aldeanos si el árbol tiene una buena cosecha, y los demás pueden comprometerse a pagarle si la cosecha de Jacinto es mala. Suponga además que lo que el árbol de Jacinto da una cantidad ínfima de manzanas comparado con el total de la aldea. Determine el monto de manzanas que Jacinto consume en ambas situaciones de cosecha, y cuántas manzanas transfiere o recibe en cada caso. Explique su resultado.

**R:** El valor esperado de la riqueza de Jacinto es el mismo que en el caso anterior ya que el ingreso esperado del segundo período es  $(1/2)250 + (1/2)50 = 150$  manzanas. Dado que los aldeanos de Jacinto están dispuestos a prestar y pedir prestado de manera contingente a los estados de la naturaleza, Jacinto puede transferir su riqueza a través de los estados de la naturaleza y a través del tiempo. Su consumo será el mismo en cada estado de la naturaleza y en cada momento del tiempo considerando que  $r = \rho$ . Así  $m_1 = m_{2B} = m_{2M} = 123,8$  donde  $m_{2B}$  y  $m_{2M}$  son los montos de manzanas consumidas cuando la cosecha del árbol de Jacinto es buena (B) o mala (M). Si la cosecha es buena, Jacinto transfiere  $250 - 123,8$  manzanas a otros aldeanos, y si es mala éstos últimos transfieren  $123,8 - 50$  manzanas a Jacinto.

- Finalmente suponga que los otros aldeanos no pueden comprometerse a dar o recibir manzanas dependiendo del tipo de cosecha de Jacinto, ya que ellos no pueden

observar la situación del árbol. La única opción para Jacinto es pedir prestado o prestar manzanas para recibir o dar un monto cierto de manzanas en el período siguiente. ¿Cuánto ahorra o desahorra Jacinto en este caso? Interprete su resultado. (*Hint: Tenga en cuenta que Jacinto NO puede endeudarse por un valor mayor al de su riqueza esperada. ¿Quién estaría dispuesto a prestarle más que esa cantidad si sabe que no podrá devolverla?*)

**R:** En este caso se debe reconocer explícitamente en el problema la existencia de un activo sin riesgo que permite traspasar riqueza intertemporalmente, pero no entre estados de la naturaleza. El problema de Jacinto sería entonces

$$\begin{aligned} & \max_{m_1, m_2, a_1, a_2} \left\{ \log m_1 + \frac{1}{1+\rho} (0,5 \log m_{2B} + 0,5 \log m_{2M}) \right\} \\ & \text{sujeto a } m_1 = y_1 - a_1 \quad \text{y} \quad m_2 = (1+r)a_1 + y_2 - a_2 \end{aligned}$$

Como no tiene sentido quedarse con manzanas luego del período 2, tendremos que  $a_2 = 0$ . El problema puede escribirse entonces como

$$\max_{a_1} \left\{ \log (y_1 - a_1) + \frac{1}{1+\rho} (0,5 \log ((1+r)a_1 + y_{2B}) + 0,5 \log ((1+r)a_1 + y_{2M})) \right\}$$

Las condiciones de primer orden son

$$-\frac{1}{y_1 - a_1} + \frac{1+r}{1+\rho} \left( \frac{0,5}{(1+r)a_1 + y_{2B}} + \frac{0,5}{(1+r)a_1 + y_{2M}} \right) = 0$$

Reemplazando los valores conocidos  $r = \rho = 0,1$ ,  $y_1 = 100$ ,  $y_{2B} = 250$  y  $y_{2M} = 50$  se obtiene una ecuación cuadrática en  $a_1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{100 - a_1} &= 0,5 \left( \frac{1}{1,1a_1 + 250} + \frac{1}{1,1a_1 + 50} \right) \\ 2,31a_1^2 + 370a_1 - 2500 &= 0 \end{aligned}$$

Las soluciones son  $a_1^{(+)} = 6,49$  y  $a_1^{(-)} = -166,66$ . La segunda solución no es factible porque si la cosecha del árbol de Jacinto es mala, éste no podrá devolver las manzanas prestadas: deberá devolver  $166,66 \times 1,1$  manzanas y sólo tendrá 50. Desde el punto de vista de la utilidad obtenida, ello implica que se verá forzado a consumir cero (suponiendo que al menos devuelve 50) lo cual genera utilidad  $-\infty$ . Esto claramente no puede ser óptimo.

### Pregunta 3 : Inversión

1. Una empresa actualmente posee una unidad de capital y tiene un proyecto de inversión en una economía sin costos de ajuste del stock de capital. Su función de

producción es  $f(k) = k^{0,5}$ . Si se espera una reducción el precio del bien de capital en 3%, la tasa de interés de mercado es 5% y la depreciación física es de 10%, determine el valor del stock de capital deseado por la empresa y la inversión realizada.

**R:** En una economía competitiva sin costos de ajuste el producto marginal del capital iguala el costo de uso del capital. Si la unidad de capital costó \$1, entonces el costo de uso será  $\$1 - \$1 \times (1 - 3\%) \times (1 - 10\%) / (1 + 5\%) \approx \$0,18$ . Esto significa que el retorno marginal del capital  $f'(k) = 0,5k^{-0,5}$  debe igualar en equilibrio el 18% perdido por mantener una unidad de capital. Entonces  $0,5k^{-0,5} = 0,18 \rightarrow k = 5/3$ . Por ello, la inversión realizada será de  $5/3 - 1 = 2/3$

2. Una mina de cobre ha comprado su última unidad de capital: un flamante camión. La empresa emitió una acción para financiar el camión y ésta se vendió a un 60% sobre el valor de adquisición del camión. Considere que el camión se deprecia un 4% al año y la tasa de interés de mercado es de 6% anual. Si la función de producción de la mina es  $f(k) = k^{0,5}$  y se sabe que la empresa minera no desea aumentar más su capital de largo plazo, determine el nivel de inversión que realiza esta empresa en cada período.

**R:** En clases vimos que si una empresa mantiene una productividad marginal del capital constante, era simple obtener una fórmula para la  $q$  de Tobin ya que

$$q = \frac{f'(k)}{1+r} + \frac{f'(k)(1-\delta)}{(1+r)^2} + \frac{f'(k)(1-\delta)^2}{(1+r)^3} + \dots = \frac{f'(k)}{r+\delta}$$

(También es admisible suponer que el stock de capital comienza a depreciarse desde el primer período en cuyo caso se obtiene  $q = \frac{f'(k)(1-\delta)}{r+\delta}$ ) Como se indica que la empresa no desea aumentar su capital de largo plazo, ella se encuentra en estado estacionario, por lo cual la fórmula anterior es aplicable.

Reemplazando los valores que se nos dan y utilizando la productividad marginal del capital, concluimos que

$$q = 1,6 = \frac{0,5k^{-0,5}}{0,06 + 0,04} \rightarrow k \approx 1,77$$

Finalmente, dado que el stock de capital no varía en el tiempo, la inversión necesaria para lograr esto debe ser  $i = \delta k = 0,0708$ .

3. Suponga que en lugar de vender la acción para adquirir el camión a un 60% del valor, ésta se vendió sólo a un 10% sobre el valor de reposición. Explique cómo cambian sus respuestas y porqué el nivel de inversión que debe realizar la minera en cada período en este caso es mayor que en la situación anterior.

**R:** Matemáticamente la solución es muy simple una vez contestado el punto anterior

$$q = 1,1 = \frac{0,5k^{-0,5}}{0,06 + 0,04} \rightarrow k \approx 2,13$$

El nivel de inversión requerido para mantener el stock de capital constante sería de  $i = \delta k = 0,0852$ . Este resultado se origina debido a que un valor de  $q$  más bajo indica que la empresa es capaz de acercarse más al nivel óptimo deseado de capital si no hubiesen costos de ajuste. En otras palabras, si  $q$  es más bajo existen menores costos de ajuste, y por ende, el stock de capital que puede tener la empresa es mayor.

4. En el mercado se transan acciones de diversos tipos de empresas. Si el concepto teórico de  $q$  de Tobin puede aproximarse a la razón entre valor bolsa y valor libro (BL), ¿qué empresa esperaría usted que tuviese una razón BL más alta, una empresa hidroeléctrica o una empresa de asesoría financiera? Explique su razonamiento.

**R:** La teoría de  $q$ -Tobin predice que las empresas con mayores costos de ajuste debiesen tener retornos marginales del capital más altos. Dada la magnitud de la inversión física necesaria para instalar un central hidroeléctrica, se esperaría que esta industria tenga costos de ajuste de inversión más altos. Por lo tanto, la razón bolsa-libro debiese ser mayor en este tipo de empresas que en el de asesoría financiera.