INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A
Semestre: Primavera 2007
Prof: José Miguel Cruz –
Andrés Kettlún
Aux: Lorenzo Réus
Jaime Sáez

Guía Control 2 IN56a

P1) Una cierta acción paga un dividendo actual de $2.Se espera que el dividendo crezca a un 8% anual durante los próximos tres años; posteriormente crecerá a4% anual, a perpetuidad. La tasa de descuento apropiada es de 12% .¿Cuánto vale la acción?

Repuesta:

El precio de una acción se calcula de la siguiente manera:

$Po=\sum Divt /(1+r)^t +Pt/(1+r)^t$

Hoy el dividendo es de 2, en t1=2*1,08, $t2=2*1{,}08^2$, $t3=2*1{,}08^3$, $t4=2*1{,}08^3*1{,}04=2{,}62$,es decir de 1 a 3 es una anualidad y de 4 a infinito es una perpetuidad,

$P = 2/(0{,}12-0{,}08)*(1-(1{,}08/1{,}12)^3) +(2{,}62/(0{,}12-0{,}04))*1/1{,}12^3=28{,}7$

P2) Usted posee $100 mil en accione. Al final del primer año, recibe un dividendo de $2 por acción; al final del segundo recibe un dividendo de $4.Al final del tercero, vende cada acción en $50.Los dividendos pagan un impuesto del 28%, al momento de ser repartidos. La tasa de retorno exigida es 15%. ¿Cuántas acciones posee usted?

Respuesta:

X :No de acciones

$100000 = X*(2*(1-0{,}28)/1{,}15 + 4 * (1-0{,}28)/1{,}15^2 + 50/1{,}15^3) \Rightarrow X = 2755$ acciones

P3) Una empresa acaba de reportar utilidades de 2 millones, planea retener el 40% de las mismas. El rendimiento histórico sobre el capital contable (ROE) ha sido de 0,16, una cifra que se espera que continúe en el futuro. ¿En qué cantidad crecerán las utilidades a lo largo del año siguiente?

Respuesta:

g=tasa de retención * ROE

Luego en este caso la tasa de crecimiento es : g=0,4 * 0,16= 0,064

Por lo que las utilidades crecerán a un 6,4% anual.

P4) La empresa General Electric acaba de reportar utilidades de 10 millones, de las cuales planea retener el 75%. La compañía tiene 1,25 millones de acciones de capital en circulación. Las acciones se venden a 30 cada una. Se espera que el rendimiento histórico sobre el capital de 12% continué en el futuro.

a) ¿Cuál es la tasa de rentabilidad exigida a cada acción?

Respuesta:

g=0,75 * 0,12=0,09 o 9%

Además podemos obtener el dividendo por acción de la siguiente manera:

10(1-0,75)/1,25=$2

además como sabemos que como es una perpetuidad con crecimiento, el precio de la acción se calcula:

P=DIV/r-g
30=2/r-0,09 , de aquí obtenemos que r=15,67%

b) La empresa tiene una oportunidad que requiere de una inversión de 15 millones hoy y 5 millones el próximo año. La inversión empezará a generar utilidades anuales adicionales de 4 millones a perpetuidad, después de 2 años a contar de hoy. ¿Cuál es el VPN de la oportunidad?
Respuesta:
VPN= -15-5/(1+0,1567) + (4/1,1567) * 1/1,1567=2,75, pero tenemos que dividir por el total de acciones para tener el aumento del valor por acción, es decir 2,75/1,25=2,2

c) ¿Cuál será el precio de la acción si se lleva a cabo el proyecto?
Respuesta:
P=30 +2,2= $32,2

P5) Considere el caso de las empresas X e Y, las cuales reportaron utilidades recientes de 800 mil y tienen 500 mil acciones de capital en circulación. Suponga que ambas compañías tienen la misma tasa requerida de rendimiento anual de 15%.

a) X tiene un proyecto que generará flujos de efectivo de 100 mil cada año a perpetuidad. Calcule la razón precio utilidad (P/EPS) de la empresa.
Respuesta
P=EPS/r + VPOC= 800/0,15 + 100/0,15=6000 por acción sería 6000/500=12

P/EPS=12/(800/500)=7,5

b) Y tiene un nuevo proyecto que incrementará las utilidades en 200 mil durante el próximo año. Las utilidades adicionales crecerán a una tasa anual de 10% a perpetuidad. Calcule la razón precio utilidad de la empresa.
Respuesta:
P=EPS/r + VPOC= 800/0,15 + 200/0,15-0,1=9333,3 por acción 9333,3/500=18,66

P/EPS=18,66/(800/500)=11,67

P6) Suponga que Jane Smith mantiene 100 acciones de *Macrosoft* y 300 acciones de *Intelligence*. Las acciones de *Macrosoft* se venden actualmente a un precio de US$80 cada una, mientras que las de *Intelligence* se venden a US$40 cada una. El retorno esperado de las acciones de *Macrosoft* es de 15%, mientras que el de las acciones de *Intelligence* es de 20%. La desviación estándar de *Macrosoft* es de 8%, y la de *Intelligence* es de 20%. El coeficiente de correlación entre ambos retornos es de 0.38.

a) Calcule el rendimiento esperado y la desviación estándar de su portafolio.
Respuesta:
La cantidad invertida en Macrosoft es 100*$80=$8000, mientras que la cantidad invertida en Intelligence alcanza a 300*$40=$12000. De ello, las ponderaciones en Macrosoft e Intelligence son, respectivamente, 0.4 y 0.6. Por lo tanto:

$E(r_p)$=0.4*0.15+0.6*0.2=0.18=18%.

σ_p^2=0.4^2*0.08^2+0.6^2*0.2^2+2*0.4*0.6*0.38*0.08*0.2=0.0183424

$\Rightarrow \sigma_p$=0.1354=13.54%

b) El día de hoy Jane vendió 200 acciones de *Intelligence* para pagar su colegiatura. Calcule el retorno esperado y la desviación estándar del nuevo portafolio. Si Jane es aversa al riesgo, ¿será éste preferible al portafolio inicial?

Respuesta:
La nuevas ponderaciones son: Macrosoft: 8000/12000=0.667; Intelligence: 4000/12000=0.333.

$E(r_p)$=0.667*0.15+0.333*0.2=0.1666=16.66%.

σ_p^2=0.667^2*0.08^2+0.333^2*0.2^2+2*0.667*0.333*0.38*0.08*0.2=0.009984

$\Rightarrow \sigma_p$=0.0992=9.99%

El retorno del portafolio cae, pero el riesgo también. Sin conocer las preferencias de Jane por retorno y riesgo no podemos decir si preferirá o no este nuevo portafolio.

c) Suponga que el coeficiente de correlación entre las acciones de *Macrosoft* e *Intelligence* es −1. ¿Cómo podría Jane formar un portafolio libre de riesgo? Si la tasa para prestar y pedir prestado es de 5% anual, ¿cómo podría Jane asegurarse ganancias ilimitadas?

Respuesta:
La varianza del portafolio viene dada por:

$$\sigma_p^2 = \omega_M \sigma_M^2 + (1-\omega_M)\sigma_I^2 + 2\,\omega_M (1-\omega_M)\,\rho\,\sigma_M \sigma_I$$

donde M e I indican Macrosoft e Intelligence, respectivamente.

Si ρ=–1, entonces $\sigma_p^2 = (\omega_M \sigma_M - (1-\omega_M)\sigma_I)^2$. A fin de tener un portafolio con riesgo cero, debemos igualar σ_p a cero:

$$\omega_M \sigma_M - (1-\omega_M)\sigma_I = 0$$

Después de reemplazar σ_M y σ_I, se tiene $\omega_M * 0.08 - (1-\omega_M) * 0.2 = 0$. De ello, ω_M=0.714. Por tanto, $E(r_p)$=0.714*0.15+0.286*0.2=0.1643=16.43%.

Si la tasa para pedir prestado es 5%, Jane se endeudará a esa tasa e invertirá en el portafolio libre de riesgo que reditúa un 16.43%. Es decir, por cada dólar invertido en el portafolio, Jane ganará, en valor neto, $0.1643–0.05=$0.114.

P7) Suponga que en una economía existen solo dos tipos de activos A, y B. Suponga además que el retorno anual esperado y las volatilidades anuales de cada activo son R_A= 5%, R_B=10%, y Sigma_A= 20% y Sigma_B=10%.

a) Si el coeficiente de correlación entre A y B es cero, encuentre una cartera (es decir una combinación de A y B) que minimice el riesgo total. Calcule la volatilidad y el retorno esperado de dicha cartera.

Respuesta:

El inversionista debe minimizar el riesgo de la cartera, por lo que resuelve el problema de minimizar $\frac{\sigma_C^2}{2}$, eligiendo los pesos de inversión de cada activo óptimos (w_A y w_B, tal que $w_A+w_B=1$). Definiendo $w_A = w$ y $w_B=(1-w)$, escribimos la expresión para el riesgo de una cartera con dos activos: $\sigma_C^2= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\,w\,(1-w)\,\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B.$

Resolviendo $\frac{d\sigma^2_C}{dw} * \frac{1}{2} = 0$, llegamos al w óptimo $w=\frac{\sigma_B^2 - \sigma_A\sigma_B\rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B}$

Reemplazando por los datos del problema, obtenemos:

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	0,2
B	0,1	0,1	0,8

Coef. Corr	0
Sigma c	0,089
rc	0,090

O sea, el inversionista debe construir una cartera en la que el 20% de su inversión esté en el activo A y el 80% en B.

El retorno de la cartera está dado por $r_C= w\,r_A + (1-w)\,r_B = 9\%$

La volatilidad está dada por σ_C, donde $\sigma_C^2= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\,w\,(1-w)\,\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B.$ Luego $\sigma_C=8{,}9\%$

b) Cómo cambia su respuesta si el coeficiente de correlación es 1.

Respuesta:

Reemplazando en las relaciones anteriores, pero ahora considerando $\rho_{AB}= 1$, llegamos a

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	-1
B	0,1	0,1	2
Coef. Corr	1		
Sigma c	0,000		
rc	0,150		

O sea, si el inversionista tiene 1$ como capital para invertir, debe vender 1$ del activo A y comprar 2$ del activo B.

El retorno de la cartera está dado por $r_C= w\,r_A + (1-w)\,r_B = 15\%$

La volatilidad está dada por σ_C, donde $\sigma_C^2= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2\,w\,(1-w)\,\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B.$ Luego $\sigma_C=0\%$

P8) Considere dos activos A y B con correlación 0.1

	Retorno esperado	Volatilidad
A	10%	15%
B	18%	30%

a) Suponga que Ud. invierte en una cartera C, la cual está constituida en un 50% del activo A y en un 50% del activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de la cartera C?

Respuesta:

ReC = 14.0%   SigmaC = 17.43%

b) Argumente si C es o no un punto de la frontera "eficiente" de carteras (es decir, carteras preferidas por agentes aversos al riesgo).

Respuesta:

Requerimos definir punto de la frontera eficiente: W, definida por (w, 1-w), es una cartera eficiente si dado ReW buscamos w tal que SigmaW sea mínimo, y además si ReW>= ReMin, donde ReMin es el retorno de la cartera de volatilidad (o varianza) total mínima (SigmaMin).

Para el caso de 2 activos, la frontera eficiente queda simplemente definida por todos los W tales que ReW>= ReMin.

ReMin y SigmaMin se calculan Min SigmaW^2 = w^2*SigmaA^2 + (1-w)^2*SigmaB^2 + 2*Rho*w*(1-w)*SigmaA*SigmaB

wMin = (SigmaB^2 – Rho*SigmaA*SigmaB)/(SigmaA^2+SigmaB^2-2*Rho*SigmaA*SigmaB)

es decir Wmin = 82.61%, SigmaMin = 13.92% y ReMin= 11.39%

Como ReC> ReMin, entonces C es un punto de la frontera eficiente.

c) Argumente si A y B son puntos en la frontera “eficiente”.

Respuesta:

Usando el mismo argumento anterior,

A no es eficiente ya que ReA < ReMin

B si lo es.

d) Determine el coeficiente de correlación entre el portafolio C y el activo A (Recuerde que Rho(R1,R2)= Cov(R1,R2)/(Sigma(R1) Sigma(R2)) y además que Cov(R1,R2) = E(R1*R2) – E(R1)*E(R2))

Respuesta:

Rho(C,A) = (E(RC*RA) – ReC*ReA)/(SigmaC*SigmaA)

Pero RC = 0.5RA+0.5RB,

Luego RA*RC = 0.5*RA^2 + 0.5*RB*RA

Luego E(RA*RC) = 0.5*E(RA^2) + 0.5*E(RB*RA) = 0.5 *(SigmaA^2+(ReA)^2) + 0.5*(Rho*SigmaA*SigmaB+ReA*ReB)

Por lo que Rho(C,A) = 0.5164

e) Suponga que existe además en esta economía un activo libre de riesgo, con retorno de 5%. Construya una cartera D con w% invertido en el activo libre de riesgo y (1-w)% en la cartera C. Encuentre el retorno esperado y la volatilidad de D en función de w.

Respuesta:

ReD = w*5 + (1-w)ReC

SigmaD = (1-w)*SigmaC

f) Discuta si la introducción de un activo libre de riesgo altera la frontera eficiente de las carteras.

Respuesta:

ReD = w*5 + (1-w)ReC
SigmaD = (1-w)*SigmaC
que equivale a:
ReD = (ReC – 5)/SigmaC + 5
Luego aquellos puntos en donde ReW >= ReMin pero en que ReW< ReD están fuera de la frontera eficiente.

P9) Una empresa en el área de bebidas posee tres divisiones: cerveza, vinos y gaseosas. Sus ingresos por ventas del año pasado fueron los siguientes (en millones de pesos):

División	Ingresos
Cerveza	3.453
Vinos	1.225
Gaseosas	2.354

Analizadas muchas empresas en cada uno de los segmentos de negocios, se obtuvieron los siguientes parámetros representativos (promedios):

Segmento	Razón Valor/Ventas	Beta de las acciones	Razón Deuda/Patrimonio
Cerveza	1,25	0,64	1,02
Vinos	1,60	1,21	0,87
Gaseosas	0,80	0,92	0,82

en donde la razón Valor/Ventas representa un indicador promedio del segmento de negocios, del valor de mercado de la empresa respecto de los ingresos por ventas, y el beta de las acciones corresponde al beta patrimonial con deuda (levered beta). Suponga que la tasa libre de riesgo es 5%, el retorno esperado de mercado es 12%, la tasa de impuesto 15%, y la razón de deuda / (deuda + patrimonio) a valores de mercado de la empresa (holding) es 40%.

Calcule el retorno exigido a la empresa, por el modelo de CAPM

Nota: suponga que el costo de la deuda es igual a la tasa libre de riesgo.

<u>SOLUCION:</u>

Primero, calculamos el valor de mercado de cada uno de los segmentos de negocio, multiplicando sus ventas por la razón Valor/Ventas para cada uno de ellos:

	Ingresos	Razón Valor/Ventas	Valor Segmento	Peso %
Cerveza	3.453	1,25	4.316	52,9
Vinos	1.225	1,6	1.960	24,0
Gaseosas	2.354	0,8	1.883	23,1
Total			8.159	100,0

Calculamos el beta de las acciones sin deuda β_U (unlevering), o beta de los activos, usando la fórmula:

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{1+(1-t)D/P}$$

donde t es la tasa de impuesto, y D/P es la razón deuda patrimonio del segmento. Luego:

	Beta de las Acciones	D/P	Beta sin Deuda
Cerveza	0,64	1,02	0,34
Vinos	1,21	0,87	0,70
Gaseosas	0,92	0,82	0,54

Luego, podemos calcular la beta patrimonial de la empresa (sin deuda) como el promedio ponderado de los betas de sus segmentos:

	Beta sin Deuda	Peso %	Beta sin Deuda ponderado
Cerveza	0,34	52,9	0,18
Vinos	0,70	24,0	0,17
Gaseosas	0,54	23,1	0,13
Total			0,47

Luego, para la empresa (holding), β_U = 0,47. Sabemos que D/(D+P) = 0,40. Luego:

$$\frac{D}{D+P} = 0{,}40$$

$$D + P = Valor\ de\ la\ empresa = 8.159$$

$$\frac{D}{8.159} = 0{,}40$$

$$D = 0{,}40 * 8.159 = 3.263{,}6$$

$$P = 0{,}60 * 8.159 = 4.895{,}4$$

$$\frac{D}{P} = \frac{3.263{,}6}{4.895{,}4} = 0{,}6666$$

Luego calculamos el beta de las acciones con deuda β_L (levering):

$$\beta_L = \beta_U [1+(1-t)D/P] = 0{,}47[1+(1-0{,}15)0{,}6666] = 0{,}74$$

Luego, el costo del patrimonio es (usando el CAPM):

$$r_P = r_f + \beta_L [E(r_m) - r_f] = 0{,}05 + 0{,}74 * [0{,}12 - 0{,}05] = 0{,}1018 = 10{,}18\%$$

P10) Suponga que Ud. dispone de la siguiente información para dos acciones en las cuales considera invertir:

Acciones de Empresas	Precio Acción	Retorno Esperado	Volatilidad Anual del Retorno	Correlaciones de los Retornos	
				A	B
A	120	5%	10,0%	1	-0,5
B	75	15%	20,0%	-0,5	1

a) Suponga que ud. desea invertir 1 millón de pesos , 50% en A y 50% en B. Suponiendo que los retornos se distribuyen en forma normal, encuentre un intervalo de confianza al 95% para el valor de la riqueza final luego de su inversión en dicha cartera. (Nota recuerde que si x se distribuye normal (μ σ^2) entonces Prob(μ -1,96$\sigma \leq x \leq \mu$ +1,96 σ) = 0,95)

Rc=0.5*0.05+0.5*0.15=10%

σ_c= $\sqrt{0.5^2 \cdot 0.1^2 + 0.5^2 \; 0.2^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)} = 8.66\%$

Como Rc es normal, se tiene que el intervalo de confianza viene dado por:
Prob(μ -1,96$\sigma \leq x \leq \mu$ +1,96 σ) = 0,95)
Luego el intervalo queda dado por
0.1-1.96*0.0866=-0.0697
0.1+1.96*0.0866=0.2697
Es decir (-6.97% , 26.97%) es un intervalo de confianza al 95% para el valor de los retornos, por lo tanto los límites del intervalo para la riqueza son:

$1.000.000(1-0.0697)=$930.264
$1.000.000(1+0.2697)=$1.269.736

b) Encuentre la mínima desviación estándar que tendría que soportar una inversión de 1 millón en A y B.

Buscamos $\sigma_{\text{min var}}$.

$$\sigma^2 = w^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 2w\sigma_A^2 - 2(1-w)\sigma_B^2 + 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - 4w\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 0 \Rightarrow 2w^*\sigma_A^2 - 2(1-w^*)\sigma_B^2 + 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - 4w^*\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow w^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}}$$

reemplazando:

$$\Rightarrow w^* = 0.714$$

$$\therefore \sigma^2_{\min var} = 0.00429 \Rightarrow \sigma_{\min var} = 6.55\%$$

c) Suponiendo que el máximo riesgo que Ud. puede asumir es de 15% (volatilidad del retorno). Cuánto debiera invertir en A y B, de manera de maximizar su retorno esperado?

El retorno es creciente con la volatilidad en la frontera eficiente. Por lo tanto, impongo una volatilidad de 15% y calculo w asociado a esta cartera:

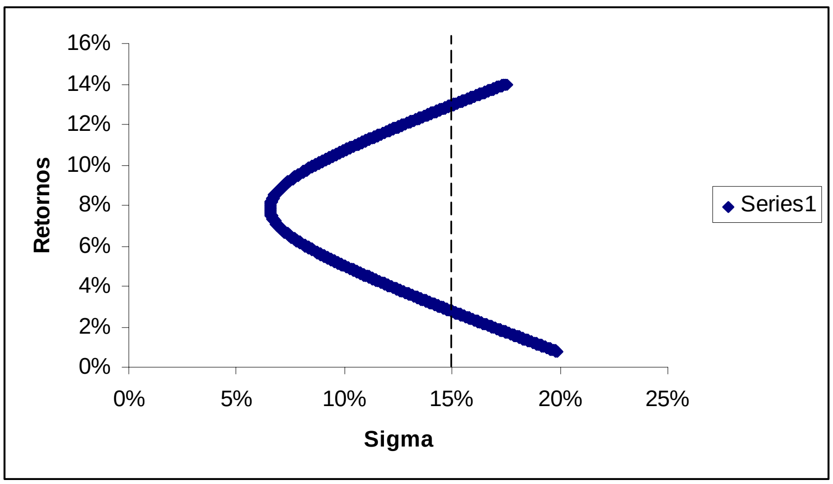
$$0.15^2 = w^2 \cdot 0.1^2 + (1-w)^2 \cdot 0.2^2 + 2w(1-w) \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)$$

$$\Leftrightarrow 0.07w^2 - 0.13w + 0.0175 = 0$$

$$\Rightarrow w' = \frac{0.1 \pm \sqrt{0.1^2 - 4 \cdot 0.07 \cdot 0.0175}}{2 \cdot 0.07}$$

impongo frontera eficiente

$$w' = 0.204$$



Como se ve en el gráfico, hay dos puntos en la frontera que tienen una volatilidad de 15%, y que corresponden a las soluciones de la ecuación de segundo grado. Se escoge la de mayor rentabilidad, es decir w=0.204

Este punto corresponde a una inversión de \$204.000 en A y \$796.000 en B, y tiene una rentabilidad de 12.96%.

d) Construya una cartera C (invirtiendo en A y B), que tenga cero covarianza con el activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de C?

Sea C la cartera que tiene cero covarianza con el activo B, ie:

$$r_c = w_C r_A + (1 - w_C) r_B$$

$$cov(r_c, r_B) = 0 = cov(w_C r_A + (1 - w_C) r_B, r_B)$$

$$\Leftrightarrow cov(w_C r_A, r_B) + cov((1 - w_C) r_B, r_B) = 0$$

$$\Leftrightarrow w_C cov(r_A, r_B) + (1 - w_C) cov(r_B, r_B) = 0$$

por propiedades bi-lineales de la covarianza.

Luego aplicando las definiciones de varianza y covarianza, w_c es tal que cumple:

$$w_c\sigma_A\sigma_B\rho_{AB} + (1-w_C)\sigma_B^2 = 0$$

$$\Rightarrow w_c = \frac{-\sigma_B^2}{\sigma_A\sigma_B\rho_{AB} - \sigma_B^2} = 0.8$$

Es decir, compro \$800.000 en acciones de A y \$200.000 en acciones de B. El retorno esperado y volatilidad de esta cartera es de:

$$r_c = 0.8 \cdot 0.05 + 0.2 \cdot 0.15 = 7\%$$

$$\sigma_C = \sqrt{0.8^2 \cdot 0.1^2 + 0.2^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)} = 6.93\%$$

P11) En la siguiente tabla se muestran las rentabilidades del mercado accionario y de las acciones de las empresas A, B y C para cuatro posibles escenarios.

Escenario	Probabilidad	Retrono de Mercado (%)	Rentabilidad de las Empresas (%)		
			A	**B**	**C**
1	0,25	-5	-10	4	-20
2	0,25	10	15	8	0
3	0,25	15	25	10	15
4	0,25	30	40	13	50

Existe además un activo libre de riego de 6%

Determine la rentabilidad exigida a las tres acciones según CAPM.

P12)

Comente:

a) En un mundo sin activo libre de riesgo, un incremento en la aversión al riesgo promedio de los inversionistas significa necesariamente que la nueva cartera de mercado disminuye su riesgo y su rentabilidad esperada.

Respuesta:

Verdadero:

Al aumentar la aversión al riesgo los inversionistas valoran menos la volatilidad por unidad de retorno esperado, el nuevo equilibrio se da entonces en un punto de menor riesgo y menor rentabilidad esperada.

b) Si un activo A tiene el mismo retorno esperado que un activo B, entonces ambos activos tienen el mismo riesgo sistemático.

Respuesta:

VERDADERO: Por CAPM Re = Rf + beta*(Rm-Rf) si dos activos tienen el mismo retorno esperado entonces tienen el mismo beta por lo que tienen entonces el mismo riesgo sistemático.

c) Una empresa que no reparte dividendos no puede valorizarse en el mercado de capitales

Respuesta:

FALSO, la empresa se puede valorar de igual manera, por ejemplo por el precio de su acción, o por el descuento de los flujos de caja libres, o por criterios de múltiplos.

d) Un activo que tiene alto riesgo y bajo retorno esperado no participa con mucho peso en la cartera de mercado.

Respuesta:

Depende de las correlaciones con el resto de los activos. Si es alta y positiva probablemente es cierto. Incluso su peso podría ser negativo.

e) La prima por riesgo para usar en el descuento de un proyecto es siempre positiva.

Respuesta:

En la práctica es así. Sin embargo, teóricamente la correlación de un activo podría ser negativa con el mercado, por lo que la prima por riesgo sería negativa. Es decir betas negativos sí podrían darse en teoría.

f) Si la regulación permitiera aumentar la inversión en el exterior de las AFP, y como los retornos de activos internacionales han sido en promedio menos atractivo que las inversiones locales, entonces el nuevo equilibrio daría rentabilidades esperadas menores que las anteriores.

Respuesta:

FALSO. Se desplaza la frontera hacia la izquierda, por lo que se hacen accesibles puntos de mayor retorno esperado y menor riesgo que antes.

P13) Suponga que en una economía de N activos riesgosos, Ud. ha estimado que la frontera de mínima varianza se puede expresar de acuerdo a la siguiente relación:

$$\sigma^2 = aR^2 + bR + c$$

Donde σ representa la volatilidad del retorno de una cartera, y R representa el valor esperado del retorno de una cartera, a,b y c son parámetros por determinar.

a) Encuentre una expresión para el retorno esperado de la cartera de mínimo riesgo, y para la volatilidad de dicha cartera.

Respuesta:

$$2\sigma\frac{\partial\sigma}{\partial R} = 2aR + b \Rightarrow \frac{\partial\sigma}{\partial R} = 0 \Rightarrow R_{\min} = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \sigma(R_{\min}) = \sqrt{a(\frac{-b}{2a})^2 + b(\frac{-b}{2a}) + c} = \sqrt{\frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c}$$

$$\Rightarrow \sigma(R_{\min}) = \sqrt{c - \frac{b^2}{4a}}$$

b) Encuentre una expresión para el precio del riesgo (es decir cuánto está dispuesto el mercado a intercambiar una unidad de retorno por una unidad de riesgo) a lo largo de la frontera.

Respuesta:

$$2\sigma\partial\sigma = 2aR\partial R + b\partial R \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial\sigma} = \frac{2\sigma}{2aR + b}$$

c) Suponga ahora que la tasa libre de riesgo de esta economía es de 2,8%, y la Cartera de mercado que se observa es tal que R_M=20,15% y $\square_M$ = 14,04%. Suponga además que ud. ha determinado que la única manera de obtener un retorno esperado igual a cero con mínimo riesgo es con una cartera de volatilidad 6,61%. Determine el retorno esperado y la volatilidad de la cartera de mínimo riesgo, R_{min} y $\square_{min}$. (si no tiene tiempo puede dejar expresado sus resultados. Valores numéricos correctos tienen un plus)

Respuesta:

$r_f = 2.8\%$
$r_m = 20.15\%$
$\sigma_m = 14.04\%$
$r^* = 0 \Rightarrow \sigma(r^*) = 6.61\%$
$\sigma^2 = aR^2 + bR + c$
Ecuaciones
$(6.61\%)^2 = c$
$(14.04\%)^2 = a(20.15\%)^2 + b(20.15\%) + c$

La tercera ecuación debe ser $2\sigma\partial\sigma = 2aR\partial R + b\partial R \Rightarrow \dfrac{\partial R}{\partial\sigma} = \dfrac{2\sigma}{2aR+b}$, evaluada en Rm .sigma m. Y debe ser igual a la pendiente de la línea de mercado de capitales, es decir a (Rm-rf)/sigmam.

Se puede mostrar que R_{min}=5,0% y □$_{min}$=2,5%

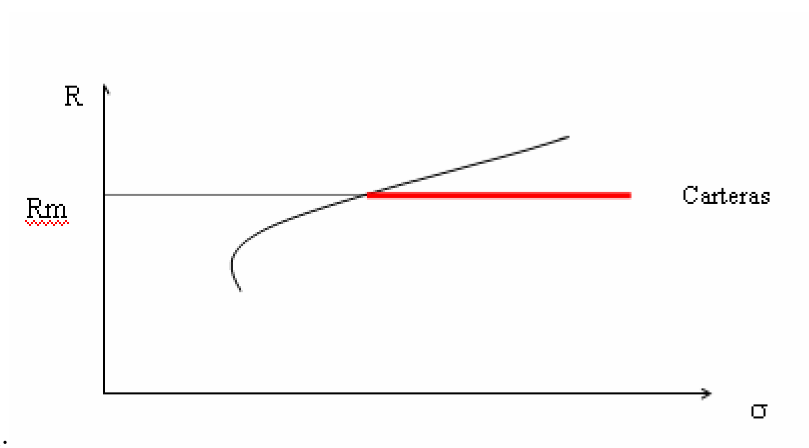
d) Encuentre una expresión (o un buen argumento) para caracterizar a todas las carteras que tienen beta igual a 1 en esta economía.
Respuesta:

Las cartera de esta economía cumplen con
w en $\mathbf{R}^n$, suma w_i=1, y tal que

con R=$\mathbf{w}^T$*□ y □^{2}=$\mathbf{w}^T$□**w**
pero con
$\sigma^2 \geq aR^2 + bR + c$

con a,b,c □y □ dados

Luego para encontrar aquellas carteras que tienen beta igual a 1 basta imponer que su retorno esperado sea igual a Rm. Es decir agregar la restricción a la definición anterior que R=Rm.



Gráficamente:

P13)

Suponga que en la economía chilena se dan las siguientes estadísticas para algunas empresas del mercado:

Empresa	Beta	Volatilidades
Cap	0,888	8,9%
Cervezas	0,861	3,7%
Conchatoro	0,858	3,5%
Copec	0,802	3,6%
D&S	1,119	4,9%
Endesas	1,008	5,6%
Gasco	0,706	5,4%
Iansa	1,02	6,8%
Madeco	0,706	8,3%
Quiñenco	1,28	6,7%
San Pedro	0,736	13,6%
Ventanas	0,473	17,0%

Suponga además que la tasa de retorno esperado del mercado es 12% y la tasa libre de riesgo alcanza un 4,5% anual. $= 4\%\ \sigma_m$.

a) Si se estima que Copec pagará un dividendo de $240 por acción, y que este dividendo crecerá a una tasa del 5% anual, ¿puede estimar el precio de la acción Copec?

Respuesta:

$$P = \frac{DIV_0}{r-g}$$

$$r = r_f + \beta(r_m - r_f) = 10{,}515\% \Rightarrow P = 4351{,}768$$

b) Suponga que a Ud. Le ofrecen un fondo de inversiones que se compone de un 50% en acciones de Endesa y el resto en Copec. ¿qué rentabilidad mínima esperada le exigiría al fondo para invertir en él?

Respuesta:

$$r_{cart} = 0{,}5 r_{endesa} + 0{,}5 r_{copec}$$

Por CAPM:

$$r_{endesa} = 4{,}5\% + 1{,}008 * 7{,}5\% = 12{,}06\%$$

De a) $r_{copec} = 10{,}515\%$

$$\Rightarrow r_{cart} = 11{,}29\%$$

c) Si el fondo que le ofrecen tiene un 30% en activo libre de riesgo, 40% en Endesa y el resto en Copec, ¿cómo cambiaría su respuesta anterior?

Respuesta:

$$\bar{r}_{cart} = 0{,}3 * 4{,}5\% + 0{,}4 * 12{,}06 + 0{,}3 * 10{,}515 = 9{,}33\%$$

d) Un analista plantea que la volatilidad de Ventanas es casi totalmente diversificable, mientras que la volatilidad de Concha y Toro es en su mayoría sistemática. ¿podría usted probarlo o refutarlo?

Respuesta:

El riesgo total: $\sigma^2 = \beta^2\sigma_m^2 + \sigma_e^2$

$\sigma_m = 4\%$

$\beta^2\sigma_m^2$ es el r. sistemático y σ_e^2 el r. diversificable. Reemplazando los datos:

Acción	Beta	sigma^2	Riesgo sistematico	prop. del total	Riesgo diversificable	prop. del total
Ventanas	0,473	0,0289	0,000358	0,012	0,02854	0,988
Conchatoro	0,858	0,001225	0,001178	0,962	0,00005	0,038

El analista está en lo cierto.

P14)

a) Comente: en una economía con dos activos en donde se cumple CAPM, si el beta de uno de los activos es 1, entonces el segundo beta también es uno.

Respuesta:

Si hay sólo dos activos, entonces el beta de mercado se calcula como:

$$\beta_m = w\beta_A + (1-w)\beta_B$$

Si $\beta_A = 1 = \beta_m \Rightarrow \beta_B = 1$

Por lo tanto la afirmación es correcta.

b) Suponga que un activo A es independiente (i.e. cero covarianza) del resto de los activos riesgosos. Se pide que encuentre una expresión para el beta del activo A.

Respuesta:

Supongamos que existen N activos riesgosos, y A tiene covarianza 0 con todos ellos.

$\beta_A = \dfrac{Cov(r_A, r_B)}{\sigma_m^2}$, desarrollando (en la auxiliar), $\beta_A = \dfrac{w_A\sigma_A^2}{\sigma_m^2}$

c) Explique, usando capacidad de síntesis, cómo usaría CAPM para estimar, el valor de una empresa que no transa en la bolsa.

Respuesta:

La forma de estimar el valor de una empresa que no transa en bolsa es descontando a valor presente los flujos futuros (EBITDA por ej.) de dicha empresa. Si los flujos del próximo año de la empresa son f y crecerán a una tasa g, entonces el valor de la empresa es:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{f(1+g)^{i-1}}{(1+r)^i} = \frac{f}{r-g}$$

Donde la tasa de descuento r se calcula usando CAPM, es decir, como la tasa libre de riesgo más el beta de la empresa por la prima por riesgo de mercado (esto es lo importante, es decir, que la tasa de descuento de los flujos futuros de la empresa se calcule usando CAPM).

d) Comente: Si en una economía existen dos activos que presentan el mismo retorno esperado entonces en la cartera de mercado sus pesos serán iguales.

Respuesta:

La afirmación es falsa, no existe ninguna relación entre las rentabilidades de los activos y sus pesos en la cartera de mercado. Lo importante son las volatilidades y las correlaciones entre los distintos activos. La cartera de mercado es un punto de equilibrio que es visto por todos los agentes del mercado y que representa la mayor rentabilidad posible de los activos riesgosos para una volatilidad dada por una cierta tasa libre de riesgo.

e) Comente. Si el beta del retorno de una acción es cero, entonces la volatilidad de dicho retorno es 100% diversificable.

Respuesta:

Verdadero. Sabemos que el riesgo total de una acción es:

$$\sigma^2 = \beta^2 \sigma_m^2 + \sigma_e^2$$

$$\text{Si } \beta = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \sigma_e^2$$

f) Si la cartera de mercado es 30% en activo A y 70% en activo B, las volatilidades de A y B son 10% y 20% respectivamente, y la correlación cero, estime el beta de A.

Respuesta:

Primero obtenemos la volatilidad de mercado

$$\sigma_m^2 = 0{,}3^2 0{,}1^2 + 0{,}7^2 0{,}2^2 = 0{,}02 \Rightarrow \sigma_m = 14{,}32\%$$

Luego:

$$Cov(r_A, r_m) = 0{,}003 \Rightarrow \beta_A = \frac{0{,}003}{0{,}02} = 0{,}15$$

Algunas relaciones importantes:

Precio: $$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Div_t}{(1+r)^t}$$

Retorno: r = (Div1+P1-P0)/P0

Atajos:

i) Crecimiento de dividendos = cero ➔ Div_t = Div , para todo t.

Po = Div/r , o equivalentemente, r= DIV/Po

ii) Crecimiento de dividendos a tasa constante g , con r > g ➔ $Div_{t+1} = Div_t * (1+g)$

Po = Div/(r-g) , o equivalentemente, r= (DIV/Po) + g

Retención utilidades:

Tasa de retención = utilidades retenidas / utilidades totales

Utilidad por acción (*earnings per share*):

EPS = utilidad del período / número de acciones

Lo anterior implica que DIV = (1- tasa retención) * EPS

Rendimiento sobre capital contable (rentabilidad del patrimonio, *return on equity*):

ROE = EPS / Valor libro de cada acción = Utilidades / Patrimonio contable

Con esto se puede obtener que: g = tasa retención * ROE

Oportunidades de crecimiento:

Si una empresa paga todas sus utilidades como dividendos (o sea tasa de retención = 0), entonces:

Po = Div/r = EPS/r

Si una empresa tienen oportunidades de crecimiento entonces:

Po = (EPS/r) + VPOC

Esta ecuación implica que el precio de una acción puede considerarse como la suma de:

1) EPS/r: valor de la empresa si esta distribuyera como dividendos todas sus utilidades a los accionistas.
2) VPOC: Valor adición que la empresa crearía si retuviera utilidades para financiar nuevos proyectos.

* Notar que VPOC = VPN oportunidad / número de acciones

Reordenando términos a partir de la ecuación de oportunidades de crecimiento,

$$(Po/EPS) = (1/r) + (VPOC/EPS)$$

* El ratio (Po/EPS) se conoce como relación precio-utildad