MA1001-8 Introducción al Cálculo. Semestre 2010-1
Profesor: Raul Gormaz **Auxiliares:** Carlos Duarte y Víctor Verdugo

Trabajo Dirigido 1

Viernes 2 de Abril de 2010

P2. *c*) Para $a \neq 0$, $-(a^{-1}) = (-a)^{-1}$.

Durante la clase de trabajo dirigido, se mostró dos formas de enfrentarlo:

i) Probar que $(a^{-1}) + (-a)^{-1} = 0$

ii) Probar que $(-a) \cdot [-(a^{-1})] = 1$

Aquí veremos como realizar la primera. En efecto,

$$\begin{array}{rcll}
(a^{-1}) + (-a)^{-1} & = & (a^{-1}) + [(-a) \cdot 1]^{-1} & \text{Neutro para el producto} \\
& = & (a^{-1}) + [1 \cdot (-a)]^{-1} & \text{Conmutatividad del producto} \\
& = & (a^{-1}) + [-(1 \cdot a)]^{-1} & (1) \\
& = & (a^{-1}) + [-(a \cdot 1)]^{-1} & \text{Conmutatividad del producto} \\
& = & (a^{-1}) + [a \cdot (-1)]^{-1} & (1) \\
& = & (a^{-1}) + a^{-1} \cdot (-1)^{-1} & (2) \\
& = & (a^{-1}) + a^{-1} \cdot (-1) & (3) \\
& = & a^{-1} + a^{-1} \cdot (-1) & \\
& = & a^{-1} \cdot 1 + a^{-1} \cdot (-1) & \text{Neutro para el producto} \\
& = & a^{-1} \cdot (1 + (-1)) & \text{Distributividad} \\
& = & a^{-1} \cdot 0 & \text{Inverso para la suma} \\
& = & 0 & (4)
\end{array}$$

Los números que aparecen en algunas líneas corresponden a propiedades, que **no** son axiomas, y por lo tanto deben probarse. Dado que están probadas en el apunte (salvo la propiedad (3)), serán enunciadas a continuación, pero no probadas. Sin embargo, es un buen ejercicio tratar de rehacer las demostraciones.

(1) Dados $a, b \in \mathbb{R}$, se tiene que $a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$.

(2) Dados $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, se tiene que $(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$.

(3) Probar que $(-1)^{-1} = -1$.

(4) Para todo $a \in \mathbb{R}$, se tiene que $a \cdot 0 = 0$