

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Ingeniería

Problemas Complementarios
MA1101 - Introducción al Álgebra
Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliares: Roberto Castillo, Rodolfo Núñez
Viernes 04 de Junio de 2010

P1.-

Sean $i, k, n \in \mathbb{N}$ tales que $0 \leq k \leq i \leq n$. Pruebe que:

$$\binom{n}{k} \binom{n-k}{i-k} = \binom{n}{i} \binom{i}{k}$$

y utilícelo para calcular:

$$\sum_{k=0}^n \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} \binom{i}{k}$$

P2.-

Sean A, B, C conjuntos infinitos tales que:

$$A \cap B = \emptyset, \quad A \cap C = \emptyset, \text{ y } |B| = |C|$$

Demuestre que $|A \cup B| = |A \cup C|$

P3.-

Sea A un conjunto tal que $|A| \geq 2$. Sea $F(A) = \{f : A \rightarrow A \mid f \text{ es función}\}$, muestre que $|A| < |F(A)|$

P4.-

Sea C el conjunto de todas las circunferencias en el plano cartesiano cuyos centros tienen coordenadas racionales y su radio es racional. Pruebe que el conjunto de todos los pares de puntos (P, Q) , donde P y Q son los extremos de los diámetros horizontales de las circunferencias en C .

P5.-

Sea $(S, *)$ una estructura algebraica con neutro e y $*$ una operación asociativa. Para $a \in S$ fijo, invertible para $*$ y con inverso $a^{-1} \in S$ se define la operación Δ en S por:

$$\forall x, y \in S \quad x \Delta y = x * a * y$$

- (i) Demuestre que Δ es l.c.i asociativa.
- (ii) Determine si Δ tiene neutro y, en caso que lo tenga, calcúlelo.
- (iii) Caracterice los elementos invertibles para Δ y calcule el inverso de a con respecto a Δ