Clase Auxiliar n° 7:Probabilidades y estadística

Profesor: Servet Martínez
Auxiliares: Gonzalo Contador - Gonzalo Mena

14 de mayo del 2010

P1. Algunas propiedades de las densidades y distribuciones

a) Para X v.a. absolutamente continua calcule la densidad de $Y = aX$ con $a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

b) Demuestre que la v.a. absolutamente continua X, de densidad f_X tiene la misma densidad que $-X$ sí y sólamente sí $f_X(x) = f_X(-x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$

c) Sean que si X, Y son dos v.a aleatorias independientes con la misma función de distribución F y densidad F. Sea $V = \max\{X, Y\}$, F_V su función de distribución y f_V su densidad. Demuestre que $F_U = F(x)^2$ y que $f_V(x) = 2f(x)F(x)$. Encuentre la densidad de $U = \min\{X, Y\}$

P2. Algunos cálculos de densidades y esperanzas

a) Para $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ definimos $Y = e^X$ (la distribución así definida se conoce como log normal). Calcule la densidad de Y

b) Calcule la densidad de $Y = X^2$ en función de la densidad de X

c) Para la v.a $U \sim$ UNIFORME(a, b). Calcule,$\mathbb{E}(U)$,$\mathbb{V}\text{ar}(U)$

P3. Una forma de cálculo de la esperanza

a) Demuestre que si X es una v.a. discreta y positiva entonces

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbb{P}(X > n)$$

b) Sea X v.a absolutamente continua y positiva. Demuestre que (siempre que tenga sentido)

$$\mathbb{E}(X^n) = \int_0^{\infty} nt^{n-1}\mathbb{P}(X > t)dt$$