

# Colas Inferiores

Note Title

8/17/2010

- ① Busqueda Ordenada
- ② Busqueda Desordenada  
Dinamica
- ③ Ordenamiento

# I Busqueda Ordenada

[ modelo de comparaciones  
peor caso / promedio uniforme

## ① Peor Caso

- cota superior  $1 + \lg n \in O(\lg n)$

solo una comparacion  
a cada recursion!

- Cota inferior

“Estrategia del Adversario”

↳ min, max, rango

Cota inferior de  $1 + \lg n$  comparaciones.

\* Caso Promedio / Aleatorio.

- Teoría de la información

↳ Huffman

- Árbol de Decisión Binario

↳ la altura minimal del árbol de una cota inferior de la complejidad en el peor caso

Cota inferior de  
 $\Omega(\lg n)$  en promedio  
para una distribución  
uniforme

Pregunta: un problema  
obedece el promedio  $\ll$  peor?

## II Búsqueda Desordenada

-  $\Omega(n)$  en el peor caso

-  $\Theta(1)$  en el caso promedio  
cuando la distribución es

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}}, \frac{1}{2^{n-1}}\right)$$

## ② Move To Front

Input: una secuencia de elementos  
DESORDENADOS

Algoritmo Búsqueda secuencial

↓ Mueve el elemento buscado  
en la posición 1

Cual es la complejidad / en peor caso?  
/ en promedio?

Dado una distribución  $(p_1, \dots, p_n)$

$p_i$  = probabilidad que se busca  $x_i$

① Con tiempo, la fila converge a  $(x_1, \dots, x_n)$   
( $n^2$  búsquedas)

②  $C = 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 3 \cdot p_3 + \dots + (n-1) \cdot p_{n-1} + n \cdot p_n$

Cota Superior de  $\frac{n^3 + C(n^2)}{q}$  por  $q$  consultas



Cota inferior de nuevo el lema del  
"pequeño ave"

Conociendo la distribución,  
el mejor algoritmo (offline)

ejecuta  $C$  comparaciones por consultas

## III Ordenamiento

Input Arreglo desordenado  $A[1 \dots n]$

Output Arreglo ordenado

Modelo Comparaciones

Cota Superior (en el peor caso)

$$O(n \lg n)$$

Cota inferior (en el peor caso)

Possible

$A[i] < A[j]$

~~Are~~

$n!$  hojas

~~Adversario~~

$\lg(n!) \approx n \lg n - \theta(n)$

Arbol de Decision

$A[i] = A[j]$

$\Rightarrow \Omega(n \lg n)$

$\left[ \pi(1) \leq A[\pi(1)] \leq A[\pi(2)] \leq A[\pi(3)] \leq \dots \leq A[\pi(n)] \right]$

Cota inferior en el caso promedio

De la misma manera:

el árbol tiene altura promedio

$\Omega(n \lg n)$ , entonces corresponde a

una cota inferior en promedio

de  $\Omega(n \lg n)$ ,

La Complejidad de ordenar en el peor caso en el modelo de comparación es  $\Theta(n \lg n)$  sobre

## Bonus / Notes

Hay una relación fuerte entre

- la complejidad } en promedio de  
un algoritmo determinístico
- la complejidad } en el peor caso de  
un algoritmo aleatorizado

Jueves: Experimentaciones,  
el otro lado del diseño  
de Algoritmos.