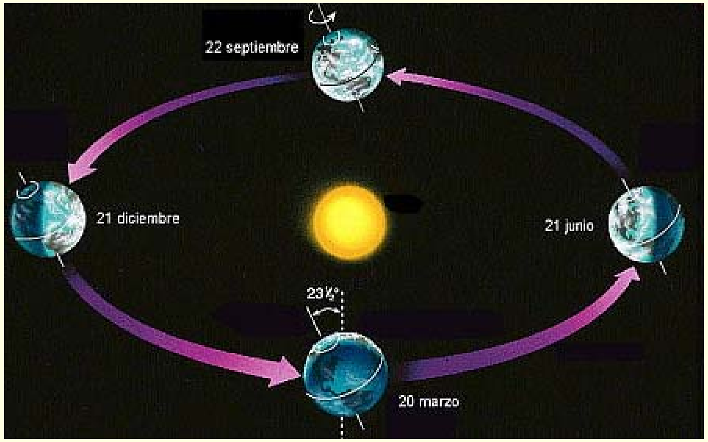
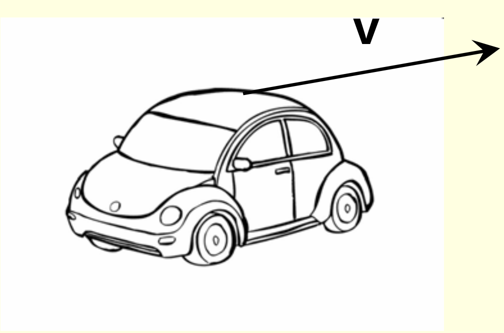
Sistemas Newtonianos: Sistemas extendidos

Dr. Marcos Flores Carrasco
Departamento de Física
FCFM - UChile

Introducción

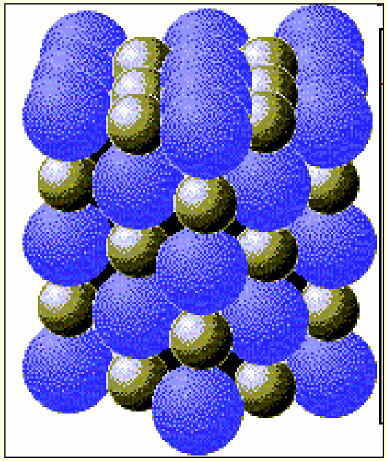
Todos los problemas estudiados hasta ahora no se consideran las dimensiones o la forma del móvil bajo estudio, siempre nos referimos a una **partícula puntual**





Introducción

Tipos de Sistemas a analizar:
- Granulares
- Líquidos
- Sólidos



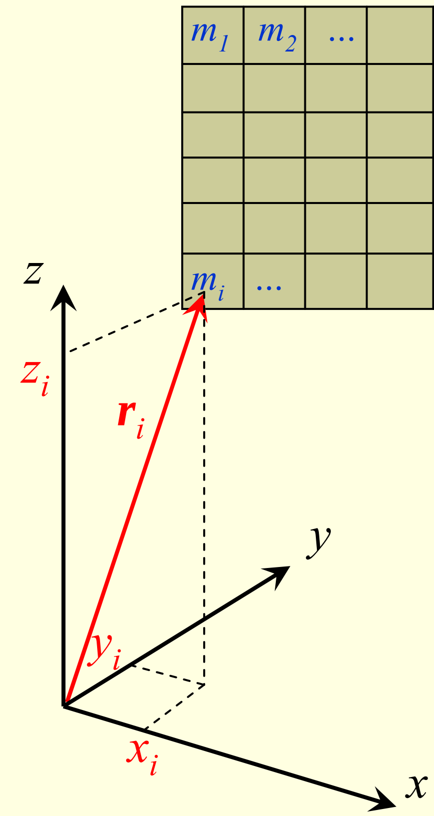
Masa y centros de masas

- La masa de un sistema de muchos cuerpos es la suma de las masas de cada uno de ellos.

$$M \equiv \sum_{i=1}^{N} m_i$$

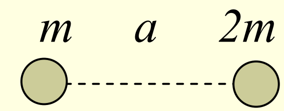
- Y la posición del centro de masa del sistema

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{M} \vec{r}_i$$



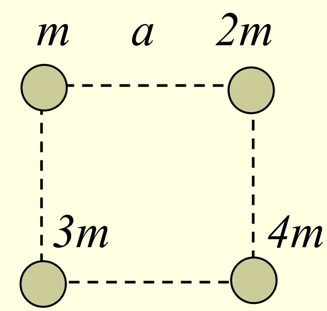
Masas y centros de masas

- CM de una distribución de partículas :
- Dos partículas (forma lineal)



$R_x = a/6$

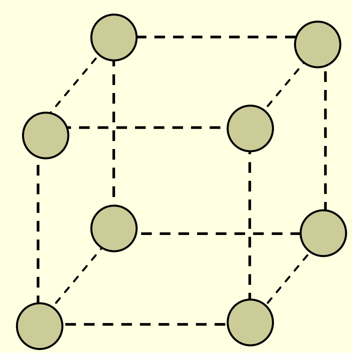
- Cuatro partículas en un plano



$R_x = a\sqrt{2}/4$

$R_y = a\sqrt{2}/6$

- Ocho partículas en un cubo



$R_x = 0$

$R_y = a/9$

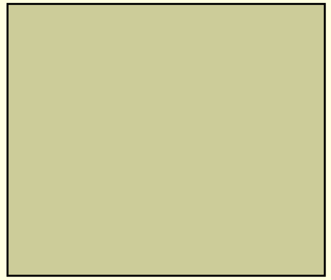
$R_z = -2a/9$

Masas y centros de masas

- CM de un sólido en forma de:
- Barra

$R_x = a/2$

- Cuadrado



$R_x = a/2$

$R_y = a/2$

- Cubo

$R_x = a/2$

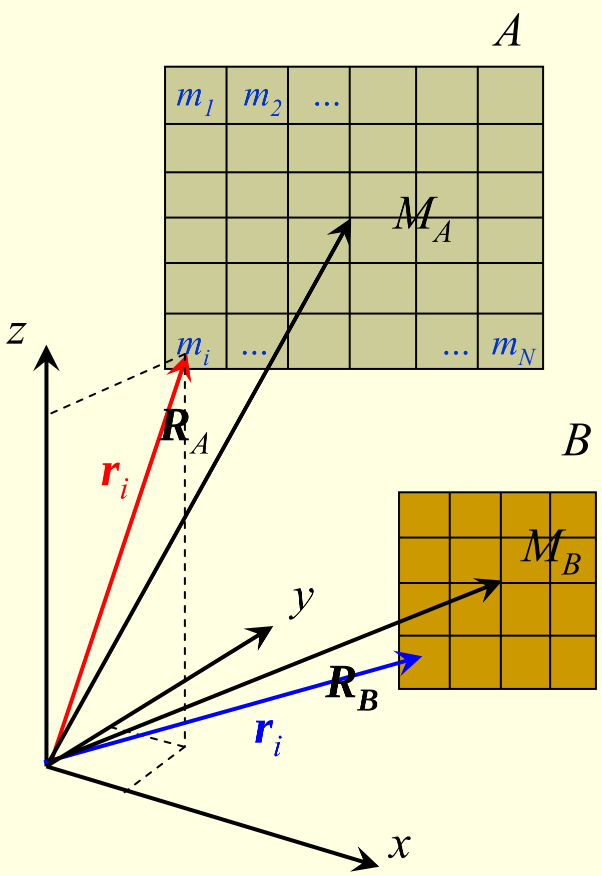
$R_y = a/2$

$R_z = a/2$

Masas y centros de masas

El Centro de masa de centros de masa de dos cuerpos A y B cuyo centros de masas son R_A y R_B, respectivamente es:

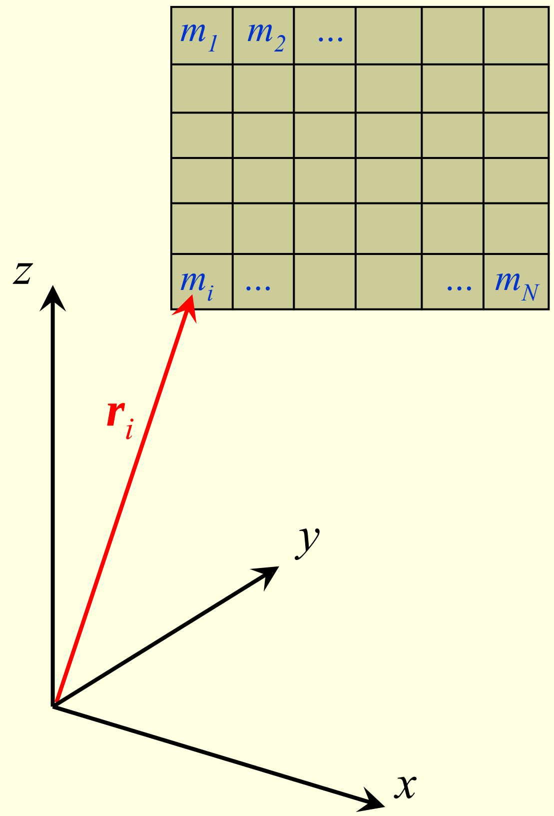
$$R = \frac{M_A R_A + M_B R_B}{M_A + M_B}$$



Momentum

- Momentum de un sistema extendido :
  Dado un sistema de partículas en movimiento

$$\Rightarrow \boldsymbol{P} = M\boldsymbol{V}$$



Momentum

- Principio de conservación del momentum:

  El momentum total de un sistema aislado de partículas es constante. O bien, en ausencia de fuerzas externas el sistema conserva momentum

  La conservación del momentum puede expresarse matemáticamente:

$$\boldsymbol{P} = \sum \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \ldots + \boldsymbol{p}_n = constante$$

⇒ *Durante un intervalo particular de tiempo, el cambio en el momentum de una partícula es igual y opuesto al cambio en el momentum del resto del sistema*

Momentum

- Principio de conservación del momentum:
  Para el caso de dos partículas

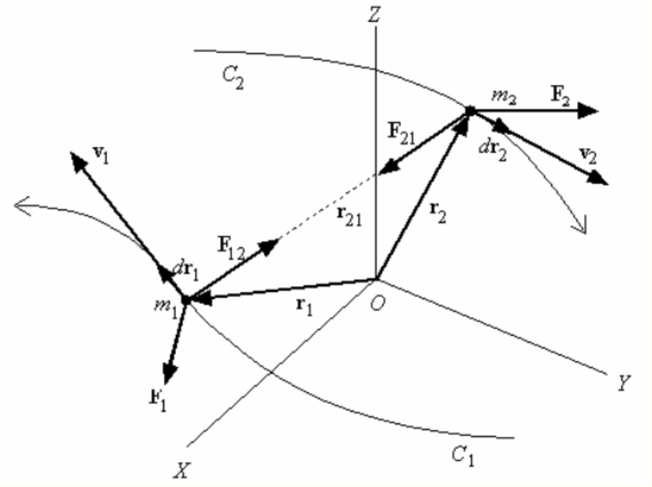
$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = constante \quad \rightarrow \Delta\, \mathbf{p}_1 = -\Delta\, \mathbf{p}_2$$

⇒ *Para dos partículas interactuantes, en un cierto intervalo de tiempo, el cambio en el momentum de una partícula es igual y opuesto al cambio en el momentum de la otra. Esto implicva que "una interacción produce un intercambio de momentum", de manera que el momentum "perdido" por una de las partículas interactuantes es igual al momentum "ganado" por la otra partícula.*

Momentum

- Ley de acción y reacción:

  Para el caso de dos partículas aisladas



$$\Delta\, \mathbf{p}_1 = -\Delta\, \mathbf{p}_2 \xrightarrow{\Delta t} \frac{\Delta \mathbf{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \mathbf{p}_2}{\Delta t}$$

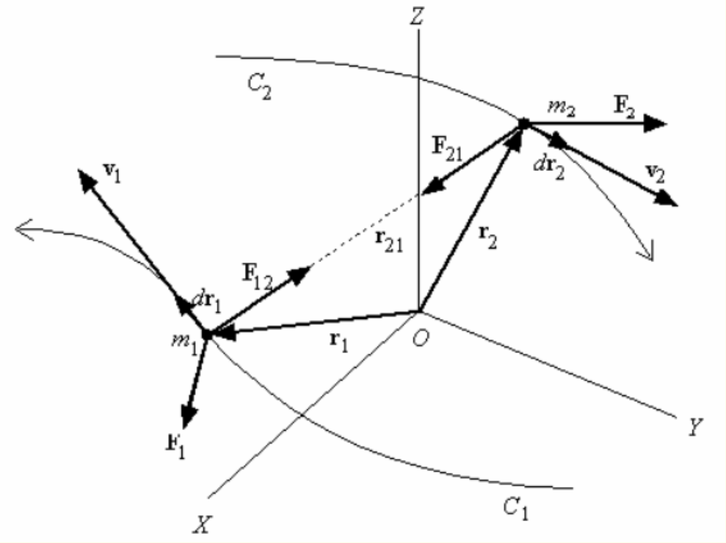
Cuando dos partículas interactúan, la fuerza sobre una partícula es igual y opuesta a la fuerza sobre la otra.

$$\boldsymbol{F}_{12} = -\boldsymbol{F}_{21}$$

Momentum

- Segunda ley de newton para un sistema extendido.

$$F = M\vec{a}_{CM}$$

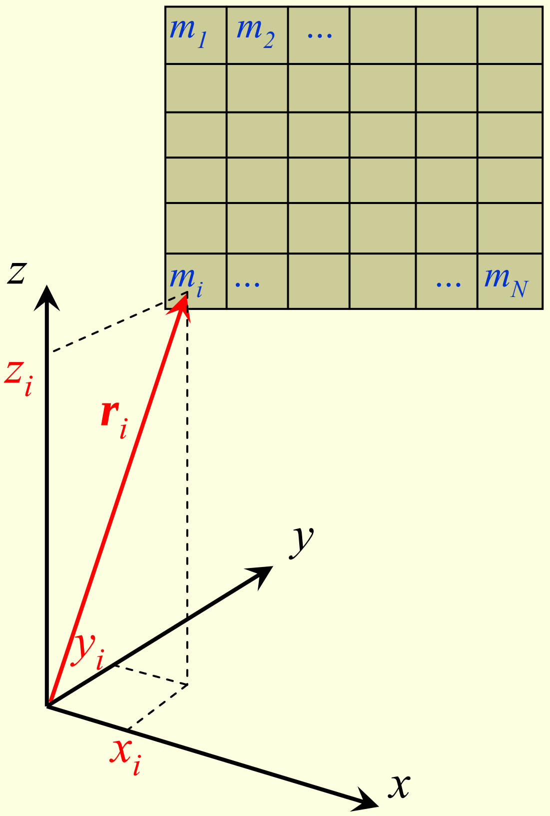


Energía de un cuerpo

- La Energía potencial gravitacional de un cuerpo de masa M

$$U_g = MgR_z$$

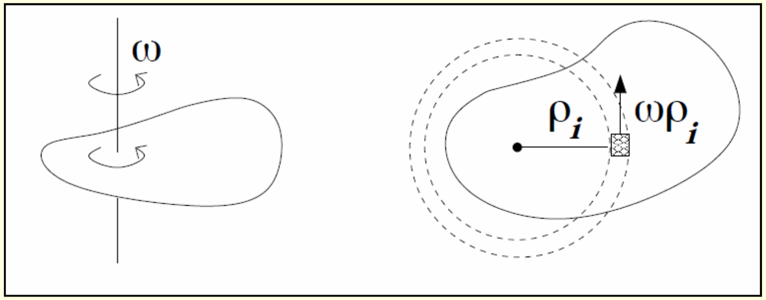
La energía potencial de un sistema se definirá la como la energía potencial de la masa total del sistema medida a partir de la altura de su centro de masas.



Energía de un cuerpo

- Consideremos un sólido rotando con velocidad angular en torno a un eje fijo, su energía cinética

$$K = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2$$



- La celda i-esima describe un movimiento circular sobre un radio ρ_i con velocidad angular ω

$$\rightarrow \quad K = \frac{1}{2} \underbrace{\left[\sum_{i=1}^{N} m_i \rho_i^2 \right]}_{I} \omega^2$$

Resumen

- Definición de masa total y centro de masas de un sistema de partículas.
- Segunda ley de newton para un sistema de partículas.
- Definición de energías potencial gravitatoria y cinética rotacional de un cuerpo sólido.

Tarea

Tarea 2:

Considere una barra uniforme de masa M y longitud L que gira con velocidad angular ω En torno a un eje perpendicular. El eje se ubica a una distancia λL de uno de sus extremos, con $0<\lambda<1$ La energía cinética total de la barra se expresa

$$K = \frac{1}{2}\sum_i m_i\, \rho_i^2 \equiv \frac{1}{2}\gamma M L^2 \omega^2$$

con γ un coeficiente que depende de λ.

Calcule y grafique γ para los valores λ=0, 1/4, 1/2, 3/4 y 1.

Considere y reporte el mínimo valor de N que garantice convergencia a cuatro (4) cifras significativas.

Incluya un esquema de como subdivide la barra, la forma como define los índices, coordenadas ρ_i, etc. Grafique γ vs λ, imprima y anexe sus resultados.

Entrega: Lunes 06 Septiembre a las 16:15hrs

Laboratorio

No hay laboratorio

Clases día Jueves 02 Sept, sala F20 de 9AM a 10AM