Resumen Control 1 | Sistema Newtonianos 2008-1

César Casanova Morales

Unidad 1: Métodos Numéricos

Cuando tomamos de un conjunto infinito de puntos un subconjunto finito de modo que este subconjunto tenga las mismas propiedades y características que el continuo, estamos discretizando.

Tiempo discretizado : $t_i = i\,\Delta t$

Derivada discreta : $\dot{x}(t) = \dfrac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$ en un tiempo i cualquiera se tendrá,

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_i + \Delta t) - x(t_i)}{\Delta t} = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t}$$

Derivada hacia adelante : $\dot{x}_i = \dfrac{x_{i+1} - x_i}{\Delta t}$

Derivada hacia atrás : $\dot{x}_i = \dfrac{x_i - x_{i-1}}{\Delta t}$

Derivada centrada : $\dot{x}_i = \dfrac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}$ es un promedio de las dos anteriores.

Aceleración : $\dot{x}_i = \dfrac{x_{i+1} - 2\mathrm{x}_i + x_{i-1}}{\Delta t^2}$ derivada centrada de $\dot{x}$

Si discretizamos la segunda ley de Newton en su forma más general (cuando la fuerza depende de la velocidad y/o de la posición) y luego la integramos numéricamente, podremos conocer la trayectoria de ésta.

$$m\ddot{x} = F(x, \dot{x})$$

$$m\frac{x_{i+1} - 2\mathrm{x}_i + x_{i-1}}{\Delta t^2} = F(x, \dot{x})$$

Verlet : $x_{i+1} = 2\mathrm{x}_i - x_{i-1} + \dfrac{\Delta t^2}{m} F(x, \dot{x})$

Unidad 2 : Métodos Experimentales

Errores Sistemáticos: Se deben generalmente al proceso de medición en particular, para disminuirlos o compararlos se puede medir de distintas formas una misma medida.

<u>Errores Aleatorios:</u> Son fortuitos y no inherentes a una medida en sí, por para disminuir su efecto en la medición se realizan muchas medidas.

<u>Error Absoluto:</u> $C=\langle C\rangle\pm\Delta C$

<u>Error Relativo:</u> $\varepsilon=\frac{\Delta C}{\langle C\rangle}$

Considere dos medidas con sus respectivos errores $a=\langle a\rangle\pm\Delta a$ *y* $b=\langle b\rangle\pm\Delta b$ *, los errores absolutos de éstas serán.*

<u>Suma :</u> $C=\langle a\rangle+\langle b\rangle$ $\Delta C=\sqrt{\Delta a^2+\Delta b^2}$

<u>Resta :</u> $C=\langle a\rangle-\langle b\rangle$ $\Delta C=\sqrt{\Delta a^2+\Delta b^2}$

<u>Multiplicación :</u> $C=\langle a\rangle\langle b\rangle$ $\Delta C=\langle a\rangle\langle b\rangle\sqrt{(\frac{\Delta a}{\langle a\rangle})^2+(\frac{\Delta b}{\langle b\rangle})^2}$

<u>División :</u> $C=\frac{\langle a\rangle}{\langle b\rangle}$ $\Delta C=\frac{\langle a\rangle}{\langle b\rangle}\sqrt{(\frac{\Delta a}{\langle a\rangle})^2+(\frac{\Delta b}{\langle b\rangle})^2}$

<u>Error de una función</u> $f(x)$ $C=f(a)$ $\Delta C=\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{x=a}\Delta a$

Unidad 3: Sistemas Extendidos

<u>Centro de masa :</u> $\vec{R}=\frac{1}{M}\sum m_i\vec{r}_i$

<u>Para cada coordenada :</u> $\overrightarrow{X_{CM}}=\frac{1}{M}\sum m_i\vec{x}_i$

$\overrightarrow{Y_{CM}}=\frac{1}{M}\sum m_i\vec{y}_i$

<u>Energía Potencial Gravitación:</u> $U=MgY_{CM}$

<u>Energía Potencial Elástica :</u> $U_e=\frac{kl^2}{2}$

<u>Energía de Rotación :</u> $E_{rot}=\frac{1}{2}I\omega^2$

<u>Energía Cinética :</u> $K=\frac{1}{2}MV_{CM}^2$

<u>Momento de Inercia :</u> $I=\sum m_i r_i^2$

Teorema de Steiner : $I_C = M\overline{AB}^2 + I_{CM}$ dónde $\overline{AB}$ es la distancia desde el punto C hasta el centro de masa.

Unidad 4A: Estática

Torque : $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = |\vec{r}||\vec{F}|\sin(\theta)$ dónde θ es el ángulo entre $\vec{r}$ y $\vec{F}$

Para que el sistema se encuentre en equilibrio se deben imponer dos condiciones suma de fuerzas y torques nula.

$$\sum \vec{\tau} = 0 \quad \text{y} \quad \sum \vec{F} = 0$$

Unidad 4B: Energía y Trabajo

Trabajo : $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

Trabajo no conservativo : $W_{NC} = E_f - E_i$

Energía Mecánica : $E_M = E_{cinética} + E_{potencial}$

Energía Cinética Total : $E_{cinética} = K + E_{rot}$

Energía Potencial Total : $E_{potencial} = U_{gravitacional} + U_{elástica}$

Unidad 4C: Momento Angular

Momento Angular : $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m\,\vec{r} \times \vec{v}$

$\vec{L} = I_O \times \vec{\omega}$

$\dot{\vec{L}} = \vec{\tau}$

De éstas dos últimas, se obtiene una nueva relación para el torque:

$$\vec{\tau} = I_O \times \vec{\alpha}$$

Unidad 4D: Movimiento de Rodadura

La condición rodar sin resbalar, consiste en que la "rueda" avanza íntegramente el arco de circunferencia que ha descrito en su rodadura

RSR : $x=R\theta$, diferencialmente es $\delta x=R\delta\theta$,

Para las velocidades esa relación es

$$\frac{\delta x}{\delta t}=R\frac{\delta\theta}{\delta t}$$ equivalente a $\dot{x}=v=R\omega$

Por último su segunda derivada

$$\ddot{x}=a=R\alpha$$

Unidad 5A: Oscilaciones

MAS : $\ddot{\theta}=-\omega^2\theta$

Periodo : $P=\frac{2\pi}{\omega}$

Frecuencia : $f=\frac{\omega}{2\pi}$

De donde se desprende fácilmente la relación siguiente

$$P=f^{-1}$$

La solución de la ecuación del Movimiento Armónico Simple(MAS) es :

$$\theta=A\cos(\omega t+\phi)$$

Constantes de la solución : $A=x_0{}^2+(\frac{v_0}{\omega_0})^2$

$$\phi=\arctan(\frac{-v_0}{x_0\omega_0})$$

Pequeñas oscilaciones : $\frac{sen(\theta)}{\theta}\approx 1$ con un θ pequeño.