FI2002 Electromagnetismo

Pauta Pregunta 1 Control 1, primavera 2010

Autor: Sebastián Fehlandt

1. Pregunta

Considere el sistema de la Figura 1, el cual está formado por un cable infinito cargado con una densidad lineal de carga $\lambda_1 = -30\ [\mu C/m]$, y un cable ortogonal a él de 1 m de largo, también cargado con una densidad de carga $\lambda_2 = 0{,}2\ [mC/m]$.

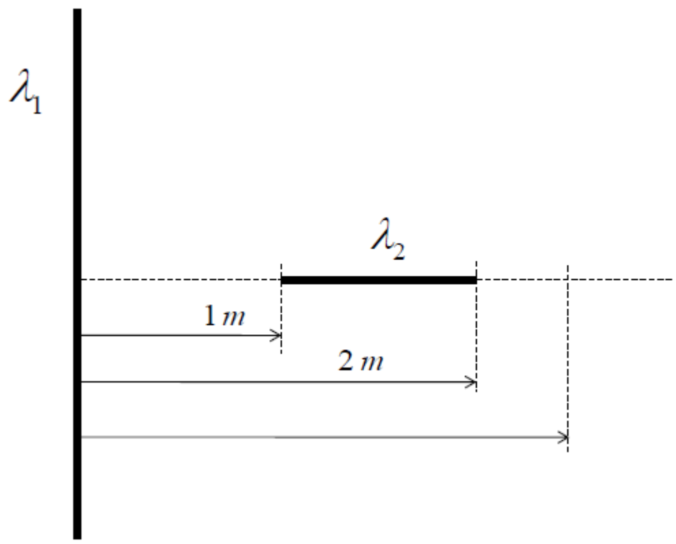

Figura 1

Se pide encontrar la fuerza que ejerce el cable horizontal sobre el cable infinito.

2. Pauta

Recordando el principio de acción y reacción se tiene que la fuerza que aplica el cable 2 sobre el cable 1 es de igual magnitud y dirección que la aplicada por el cable 1 sobre el cable2, pero con sentido contrario. Dado que el cable 1 es de longitud infinita, resulta mucho más simple que el cálculo por definición, calcular el campo producido por este utilizando Gauss, y luego integrar la fuerza que realiza éste sobre cada diferencial de carga del cable 2. Para finalmente obtener el resultado pedido utilizando el principio anteriormente citado.

Luego, dado que el cable 1 es infinito el campo será de dirección radial y dependerá solo de la distancia a éste (radio). Por lo que suponemos: $\overrightarrow{E_1} = E_1(r)\hat{r}$. Luego al aplicar la Ley de Gauss sobre una superficie cilíndrica de radio r y altura h arbitrarios, se tiene que la integral de flujo queda:

$$\oiint \overrightarrow{E_1} \cdot \overrightarrow{dS} = \oiint_{0\,0}^{2\pi\,h} E_1(r) \cdot r \cdot d\theta \cdot dz = 2\pi h E_1(r) r$$

Así mismo la carga encerrada corresponde a: $Q_{enc} = h \cdot \lambda_1$. Luego igualando:

$$2\pi h E_1(r) r = \frac{h \cdot \lambda_1}{\varepsilon_0}$$

De donde se obtiene:

$$\overrightarrow{E_1} = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r}$$

Luego la fuerza aplicada sobre un diferencial de carga del cable 2, $dq_2 = \lambda_2 \cdot dr$, corresponde a:

$$\overrightarrow{F_{12}} = \int_1^2 \lambda_2 \cdot dr \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}\hat{r} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \ln(2)}{2\pi\varepsilon_0}\hat{r}$$

Luego aplicando el principio de superposición se tiene:

$$\boxed{\begin{gathered}\overrightarrow{F_{21}} = -\frac{\lambda_1 \lambda_2 \ln(2)}{2\pi\varepsilon_0}\hat{r} = -\frac{-30\left[\frac{\mu C}{m}\right] \cdot 0{,}2\left[\frac{mC}{m}\right] \cdot \ln(2)}{2\pi \cdot \frac{10^7}{4\pi \cdot (3 \cdot 10^8)^2}\left[\frac{F}{m}\right]}\hat{r} = \frac{3 \cdot 10^{-9} \cdot \ln(2)}{\pi\varepsilon_0}[N] \cdot \hat{r} \\ \overrightarrow{F_{21}} = +74{,}7563[N] \cdot \hat{r}\end{gathered}}$$

3. Distribución de Puntaje:

- Cálculo del campo producido por el alambre 1 — 3 ptos
- Cálculo de magnitud de la fuerza (-1 si no se da cuenta del signo correcto) — 3 ptos