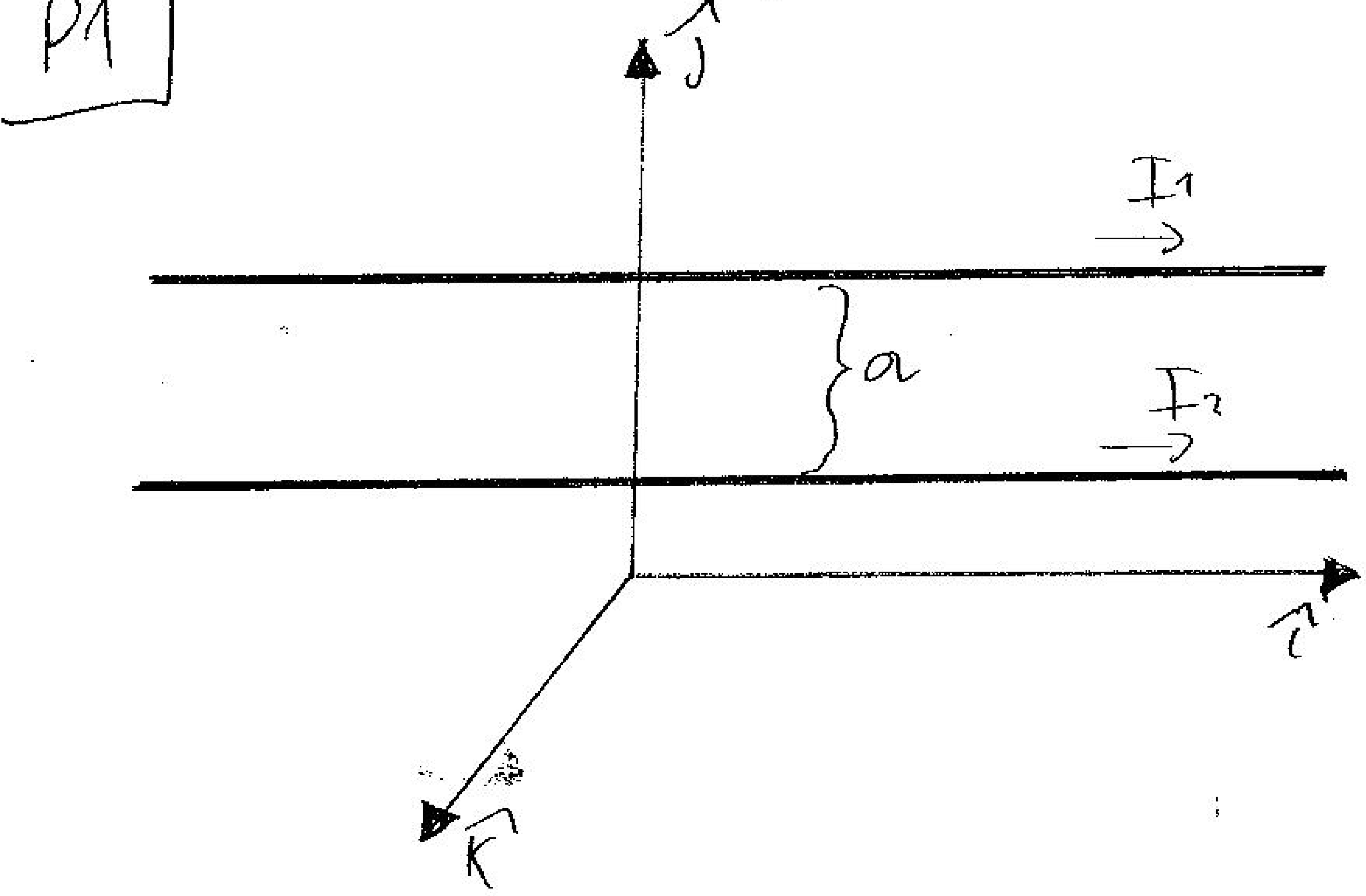
FI2002 Aux 10

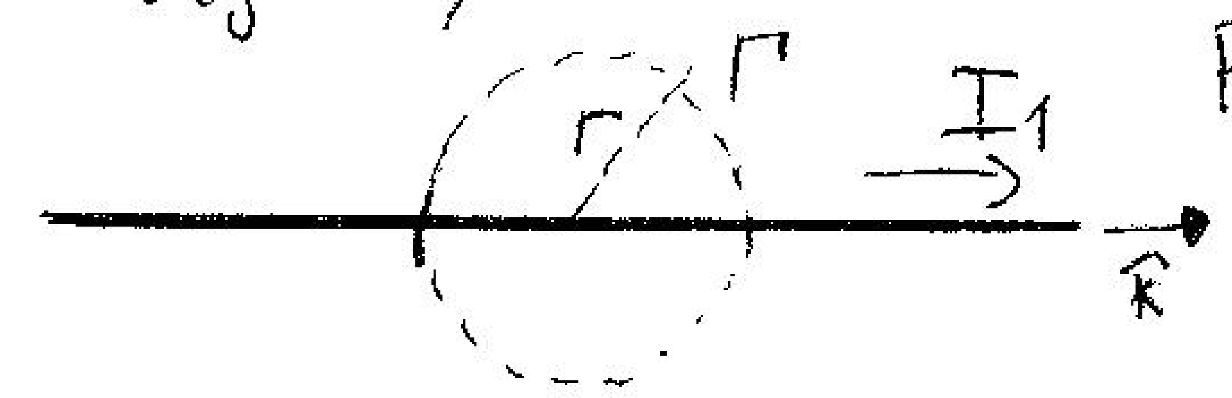
P1



a) Pdq $\vec{F}$ entre los alambres es atractiva (alambres finitos)

b) Si los alambres son muy largos calcular la fuerza sobre un segmento diferencial del alambre 2.

Sol: b) Calculamos el $\vec{B}$ producido por 1 usando la Ley de Ampere, tomando la sig. trayectoria cerrada:



Por la simetría del problema y por regla de la mano derecha sabemos que $\vec{B}_1 = B(r)\hat{\theta}$, donde el $\hat{k}$ del sistema cilíndrico corresponde al $\hat{i}$ del cartesiano.

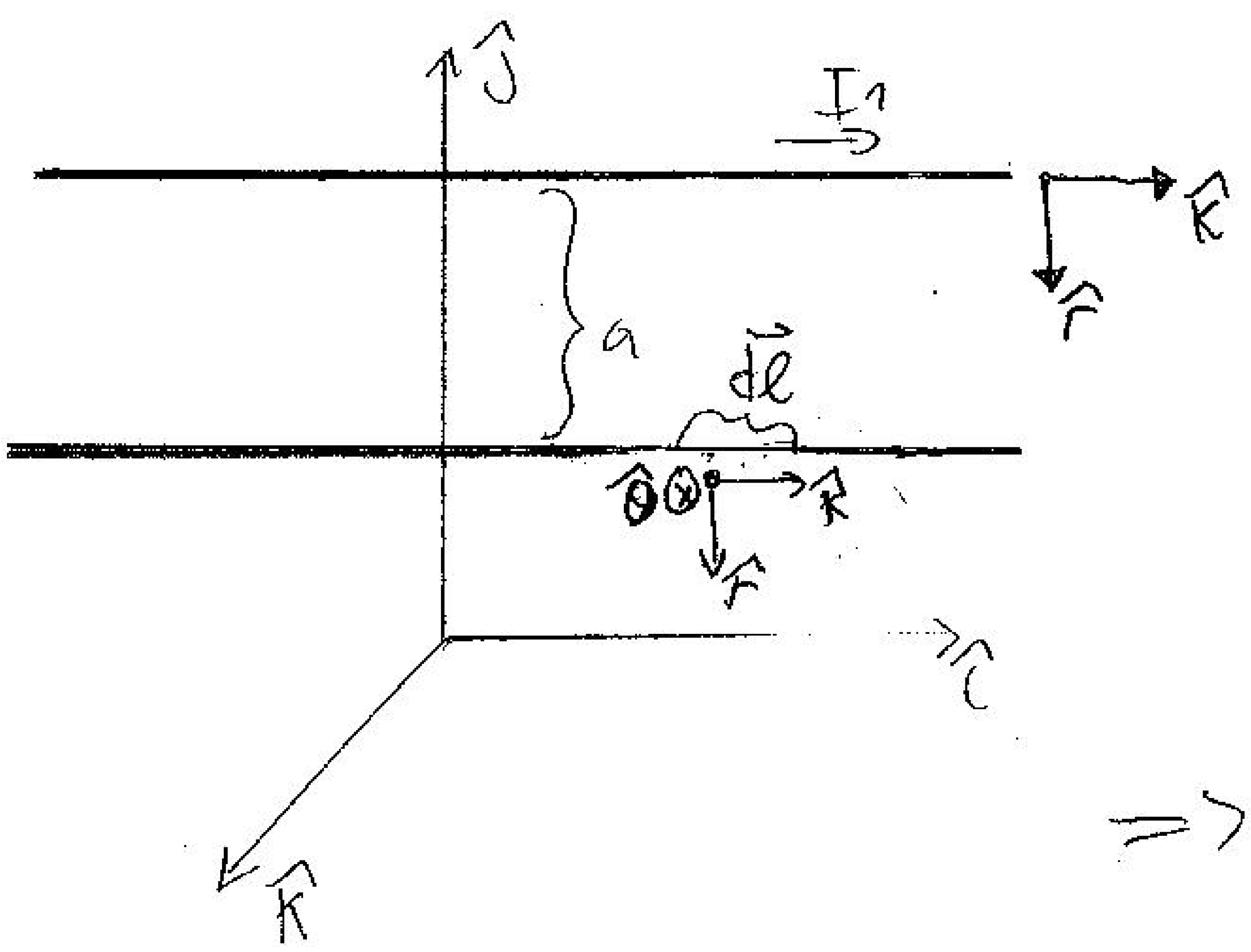
$\Rightarrow$ Ampere: $\oint_\Gamma \vec{B}\cdot d\vec{l} = I_{enlazada}$, en este caso $I_{enlazada} = I_1$

$$\Rightarrow I_1 = \int_0^{2\pi} B_1(r)\hat{\theta}\cdot r\,d\theta\,\hat{\theta} = rB_1(r)\cdot 2\pi \Rightarrow \boxed{\vec{B}_1 = \frac{I_1}{2\pi r}\hat{\theta}}$$

Calculamos el $d\vec{F}$ usando la Ley de Biot y Savart: $d\vec{F} = I\,d\vec{l}\times\vec{B}$

en este caso: $d\vec{F} = I_2\,d\vec{l}\times\vec{B}_1$, el $d\vec{l}$ recorre el cable 2 $\Rightarrow d\vec{l} = dx\,\hat{i}$

Luego evaluando en $\vec{r} = x\hat{i} + a\hat{j}$, vector que corresponde a la posición del segmento diferencial en el cable 2;



$$d\vec{F} = I_2\,dx\,\hat{i}\times\frac{I_1}{2\pi a}\hat{\theta}$$, como $\hat{k}_{cilíndrico} = \hat{i}$

en la posición del cable 2: $\hat{\theta} = -\hat{k}$

$$\Rightarrow d\vec{F} = I_2\,dx(\hat{i})\times\frac{I_1}{2\pi a}(-\hat{k})$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{F} = \frac{I_1 I_2\,dx}{2\pi a}(+\hat{j})}$$

Como se aplica sobre 2, vemos que es atractiva.

Aux 10
P1
1/2

a) Como los cables acá son finitos no podemos usar Ampere pues no se cumple que: $\vec{B} = B(r)\hat{\theta}$. Luego por definición calculamos $d\vec{F}$ de I_2 sobre I_1:

$$d\vec{F} = I_1\, d\vec{l} \times \vec{B_2}$$, donde $$\vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\int \frac{d\vec{l}' \times (\vec{r}-\vec{r}')}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|^3}$$, en este caso:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{r} = x\hat{\imath} + a\hat{\jmath} \\ \vec{r}' = x'\hat{\imath} \\ d\vec{l}' = dx'\hat{\imath} \\ d\vec{l} = dx\hat{\imath} \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\int_0^L \frac{dx'\hat{\imath} \times [(x-x')\hat{\imath} + a\hat{\jmath}]}{[(x-x')^2 + a^2]^{3/2}}$$

, suponiendo L el largo del cable 2.

$$\Rightarrow \vec{B_2} = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi}\int_0^L \frac{a\,dx'\hat{k}}{[(x-x')^2 + a^2]^{3/2}}$$, pues $\hat{\imath}\times\hat{\imath} = 0$ y $\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}$

$$\Rightarrow d\vec{F} = I_1 dx\hat{\imath} \times \vec{B_2} = \underbrace{\underbrace{\frac{\mu_0 I_1 I_2 a}{4\pi}}_{\geq 0} \underbrace{\int_0^L \frac{dx'}{[(x-x')^2+a^2]^{3/2}}}_{\geq 0}}_{\geq 0,\ K} (-\hat{\jmath})$$

Como el integrando es positivo, la integral lo es, como las ctes también lo son, tenemos que $d\vec{F}$ es positivo según $(-\hat{\jmath})$:

$$d\vec{F} = K(-\hat{\jmath}) \quad , \quad K \geq 0$$ $\Rightarrow$ Como $d\vec{F}$ es aplicada al cable 1 por el 2, y como por acción y reacción la fuerza aplicada por 1 sobre 2, es de igual módulo y sentido contrario se concluye que la fuerza es atractiva.

Aux 10
P1
2/2