Pauta Ejercicio 3

Claudio Burgos Mellado
Primavera 2010

P1. Se tiene que

$J = \frac{I}{A}\hat{\imath}$

$I = \frac{dQ}{dt}$

$v = 2.78\ [\frac{m}{s}]$

Solución:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\rho dV}{dt} = \frac{\rho dAdl}{dt} = \rho A\frac{dl}{dt} = \rho Av = 10 * 2.78 * 1 = 27.8\ [A]$$

Como el área es $1m^2$, se tiene: $\boldsymbol{J = 27.8\ [\frac{A}{m^2}]}$ **(1.5 puntos)**

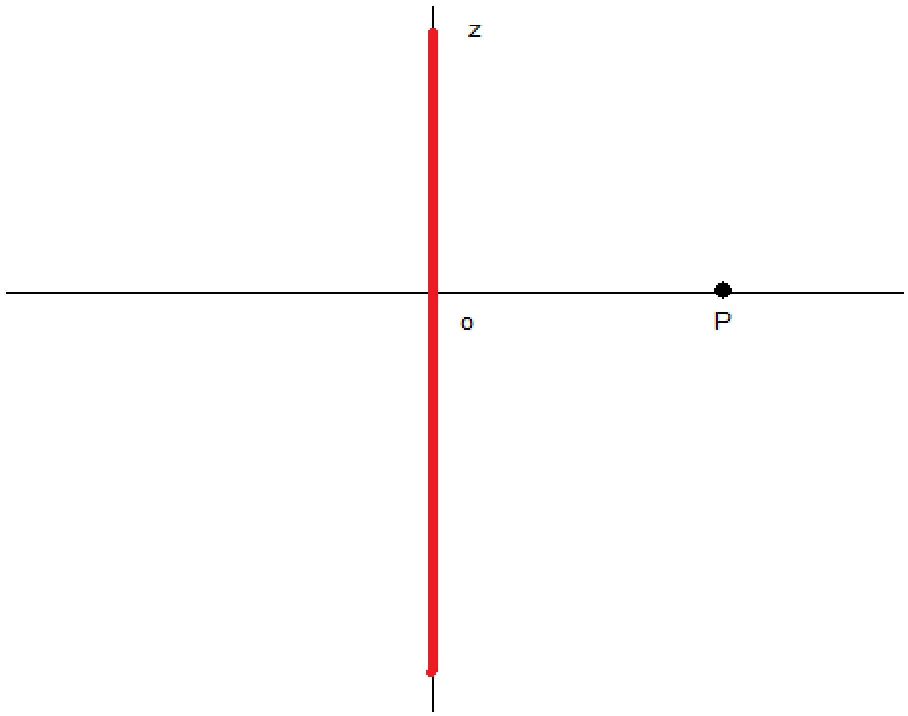
P2. Para este problema se tomaron en cuenta tres posibles soluciones, la primera es suponer que la cañería se puede modelar como una alambre infinito, debido a que el radio de ésta es pequeño en comparación con la distancia a la cual se desea determinar el campo eléctrico. La segunda solución y la mas general determinar el campo que produce la tubería.

Solución 1:

$$B = \frac{u_0 I}{4\pi}\oint\frac{dl\ x\ (r - r')}{||r - r'||^3}$$

Para una mejor visualización, el sistema se representa de la siguiente manera:

Coordenadas cilindricas



Se calcula el campo magnético en el punto P. (notar que el campo va según θ)

$dl = dz\hat{k}$ (Diferencial que sigue a la corriente)

$r = r\check{r}$ (Posición de P)

$r' = z\hat{k}$ (Recorre el camino de la corriente)

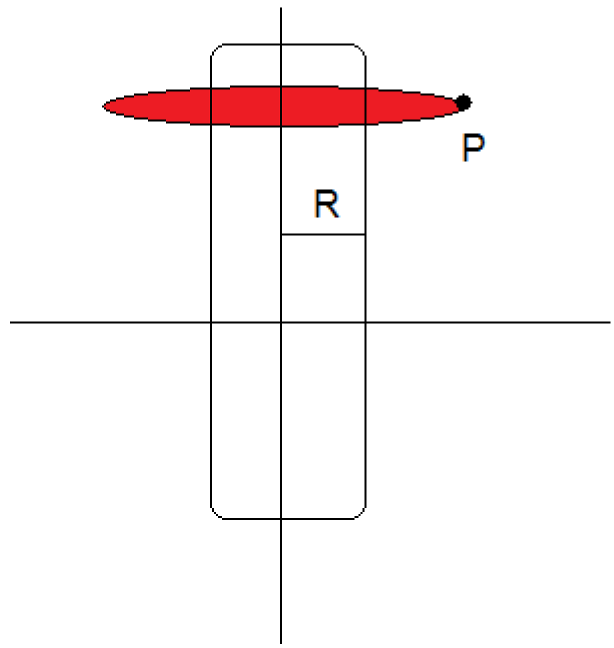
$$B = \frac{u_0 I}{4\pi} \oint \frac{dz\hat{k}\ x\ (r\check{r} - z\hat{k})}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{u_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{r dz \theta}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{u_0 I}{4\pi} r * \frac{2}{r^2}$$

$$\mathbf{B} = \frac{u_0 I}{2\pi r} \boldsymbol{\theta} \ \textbf{(1.5 puntos)}$$

Solución 2: Mediante la ley de Amper

Sabemos que el campo va en theta tongo, y varía según **ρ**, luego es posible afirmar que B=B(**ρ**)θ, luego en base a la siguiente figura se tiene:



$$\oint Bdl = u_0 I_{enlazada}$$

Si calculamos el campo en el punto “P”, el cual esta a una distancia “r” del eje vertical del cilindro, se tiene lo siguiente:

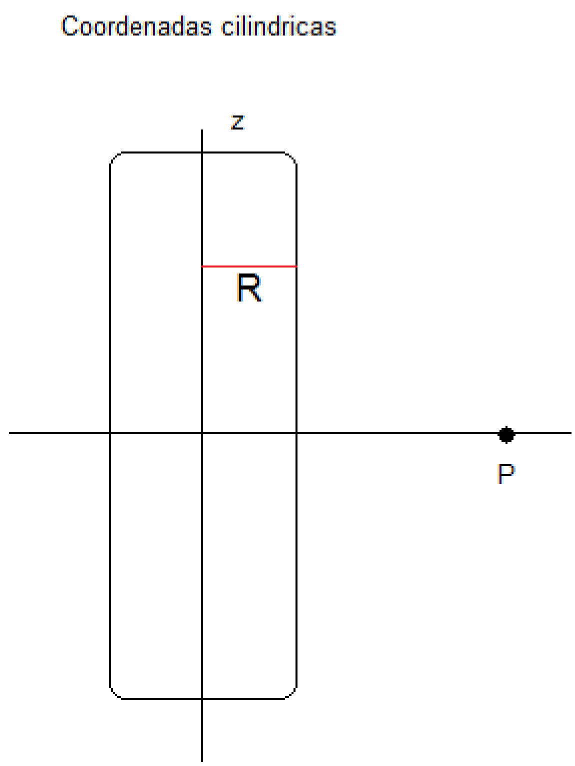
$$\int_0^{2\pi} B(\rho)\theta * rd\theta\theta = u_0 J * \pi R^2$$

Luego $\boldsymbol{B} = \frac{\boldsymbol{u_0 J R^2}}{\boldsymbol{2r}}\boldsymbol{\theta}$ **(1.5 puntos)**

Solución 3:

$$B = \frac{u_0}{4\pi}\iiint \frac{Jx\ (r - r')}{||r - r'||^3}$$

Para una mejor visualización, el sistema se representa de la siguiente manera:



$r = r\check{r}$ (Posición de P)

$r' = z\hat{k} + r'\check{r}$ (variable de integración)

Notar que J es constante, luego al utilizar la expresión para el campo magnético establecido para una distribución de corriente debiera llegarse a:

$$\boldsymbol{B} = \frac{u_0 R^2}{2r}\boldsymbol{J}\ (\boldsymbol{\theta})$$ **(1.5 puntos)**

P3. Se tiene que

$$F = qv\ x\ B$$

$v = 11.11\ \left[\frac{m}{s}\right]$

$q = \rho V = 100\ [C]$

Para solución 1:

$$\boldsymbol{F} = -\frac{Qvu_0 I}{2\pi r}\check{r} = \mathbf{1.2345 * 10^{-4}}\ [\boldsymbol{N}]$$ **(1.5 puntos)**

Para solución 2:

$$\boldsymbol{F = \frac{Q\,v\,u_0 R^2 J}{2r} = 1.2162 * 10^{-4}}\ (\boldsymbol{1.5\ puntos})$$

R = 0.56 [m]

Observación: Notar que al comparar los resultados de las dos posibles soluciones, se tiene que son similares, por lo cual la aproximación de la cañería como un cable infinito es buena.

P4. No se puede hablar del concepto de resistencia eléctrica debido a que la carga se debe a masas eléctricamente cargadas (corriente de convección), por lo cual la ley de ohm no es válida.

(1.5 puntos)