FI 2002 ELECTROMAGNETISMO
Clase 20
Inducción Electromagnética

LUIS S. VARGAS
Area de Energía
Departamento de Ingeniería Eléctrica
Universidad de Chile

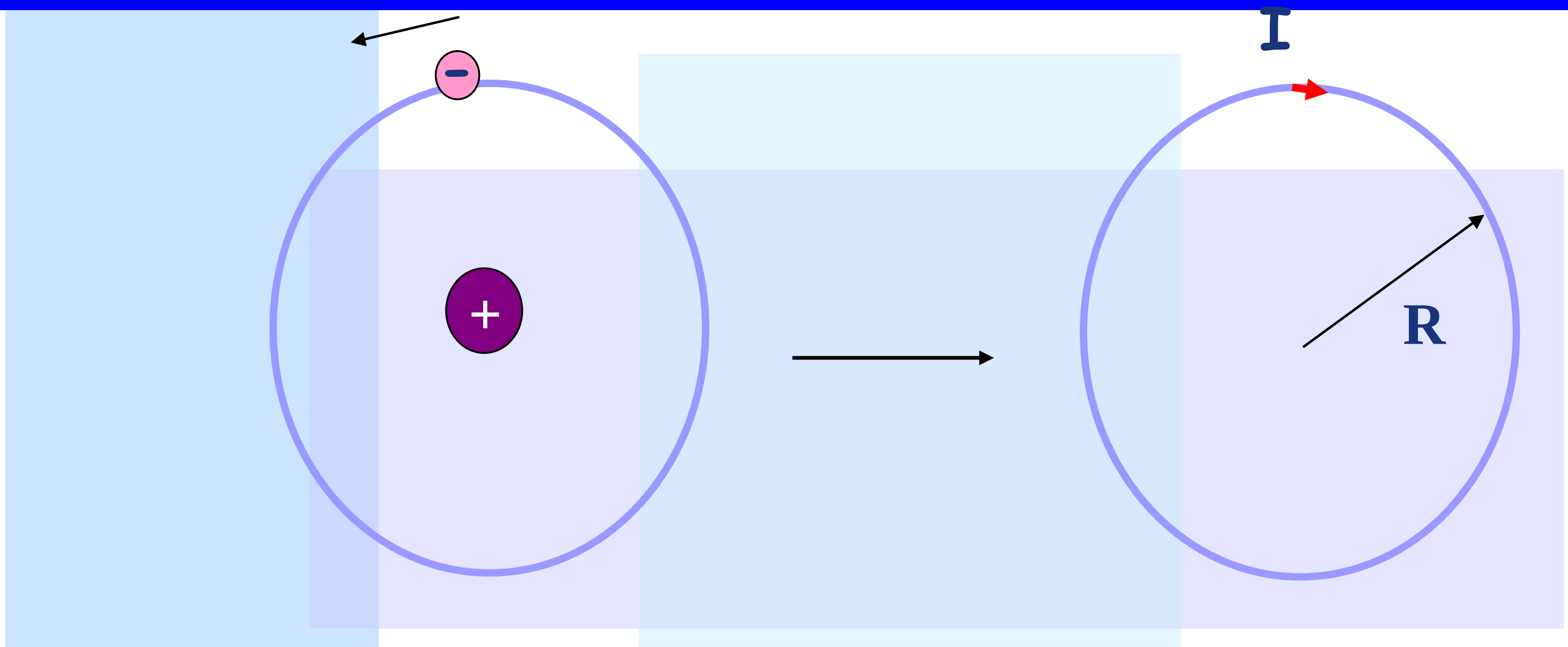
INDICE

- Repaso
- Flujo magnético
- Ley de Faraday-Lenz
- Modificacion 3ª ecuación de Maxwell
- Principio del generador

Giorgio de Chirico - Piazza d' Italia

Giorgo de Chirico,
"Plaza de Italia", 1913

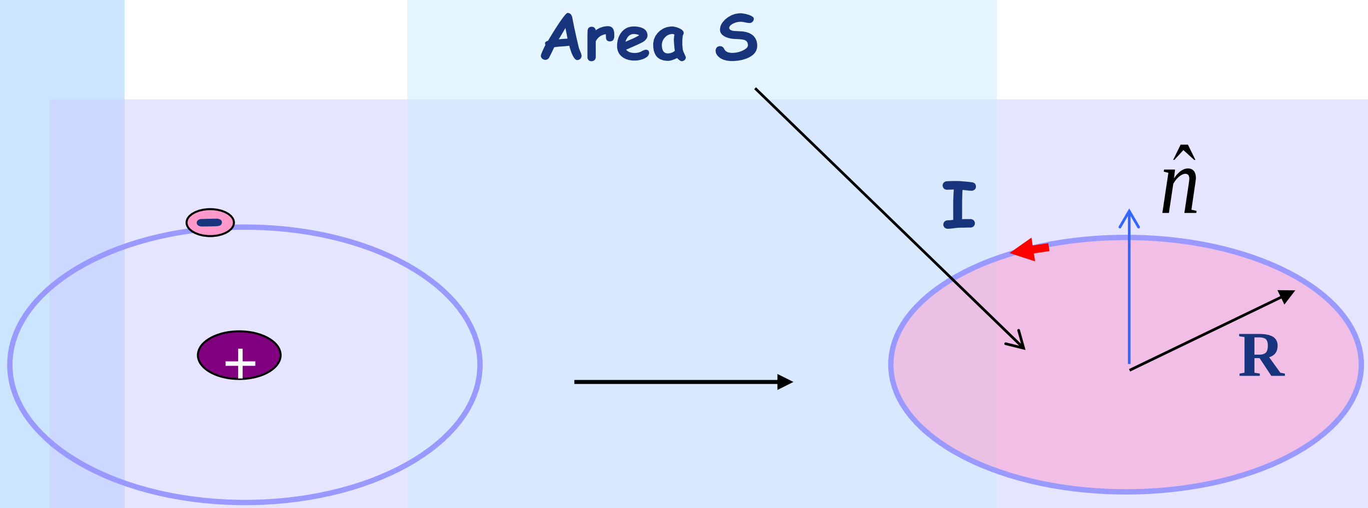
Modelo atómico de los materiales



Movimiento de electrones se puede modelar como una corriente

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{qu}{2\pi R}$$

Modelo atómico de los materiales

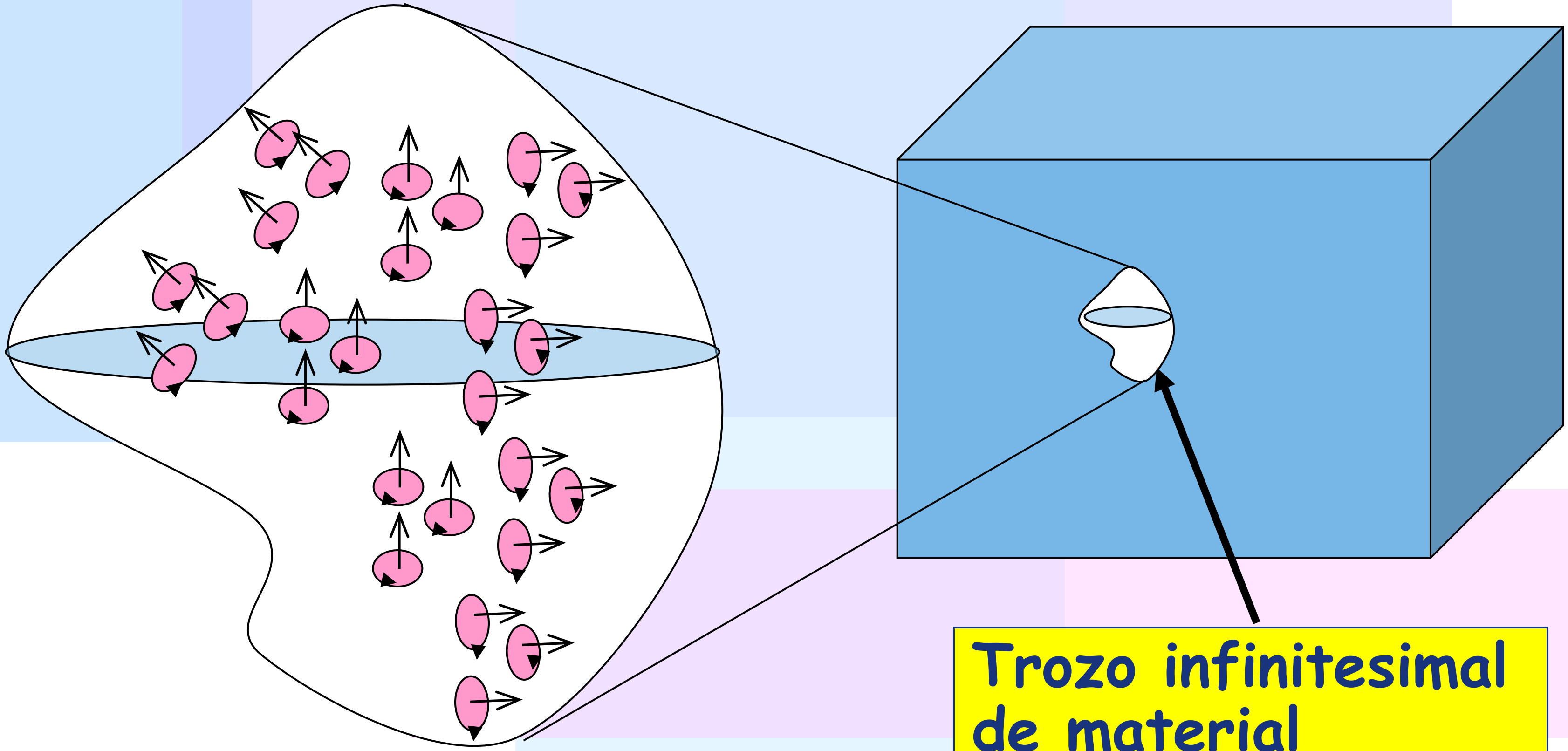


Se puede representar el átomo como un dipolo magnético

$$\vec{m} = I \cdot S\hat{n} [Am^2]$$

Modelo atómico de los materiales

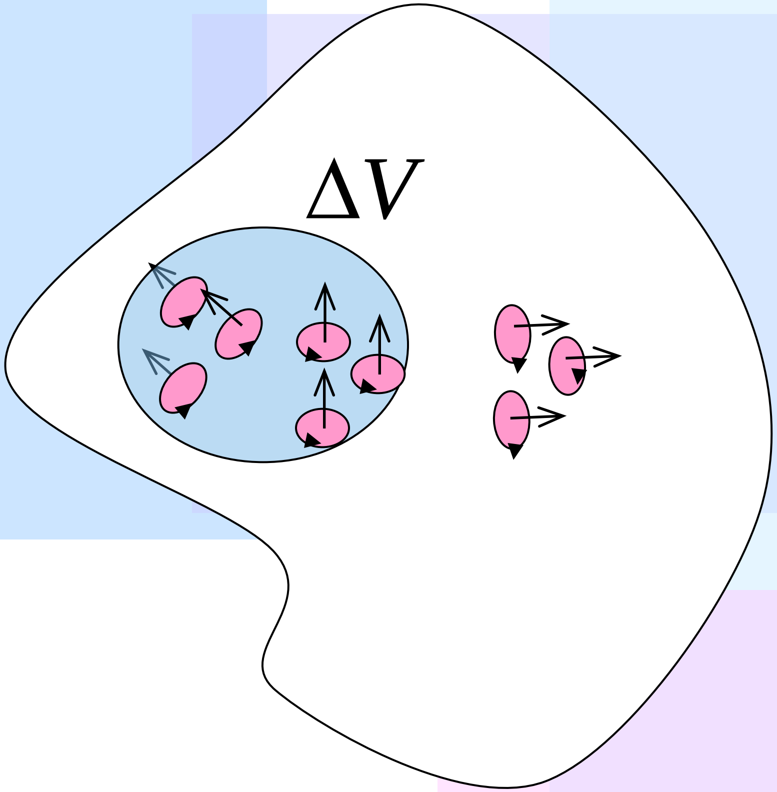
En un material cualquiera hay un número muy elevado de dipolos magnéticos (átomos)



Trozo infinitesimal de material

Modelo atómico de los materiales

Vector magnetización



$$\vec{M} = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\sum_{k=1}^{m} \vec{m}_k}{\Delta V} [A/m]$$

En medios materiales se cumple

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\mu = \mu_R \mu_0$$ Permeabilidad magnética

Clasificación de los Materiales Magnéticos

Material	μ_R
Diamagnéticos	
Bismuto	0.999833
Mercurio	0.999968
Plata	0.9999736
Plomo	0.9999831
Cobre	0.9999906
Agua	0.9999912
Hidrógeno (s.t.p.)	≈1.0
Paramagnéticos	
Oxigeno (s.t.p.)	0.999998
Aire	1.00000037
Aluminio	1.000021
Tungsteno	1.00008
Platino	1.0003
Manganeso	1.001
Ferromagnéticos	
Cobalto	250
Níquel	600
Hierro Suave	5000
Hierro-Silicio	7000

Repaso

Equilibrio electrostático de las cargas

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint_{\Omega} \frac{(\vec{r} - \vec{r}\,')}{\|\vec{r} - \vec{r}\,'\|^3} \rho(\vec{r}\,')dv' \qquad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

1ª Ecuación de Maxwell $\nabla \bullet \vec{D} = \rho$

2ª Ecuación de Maxwell $\nabla \times \vec{E} = 0$

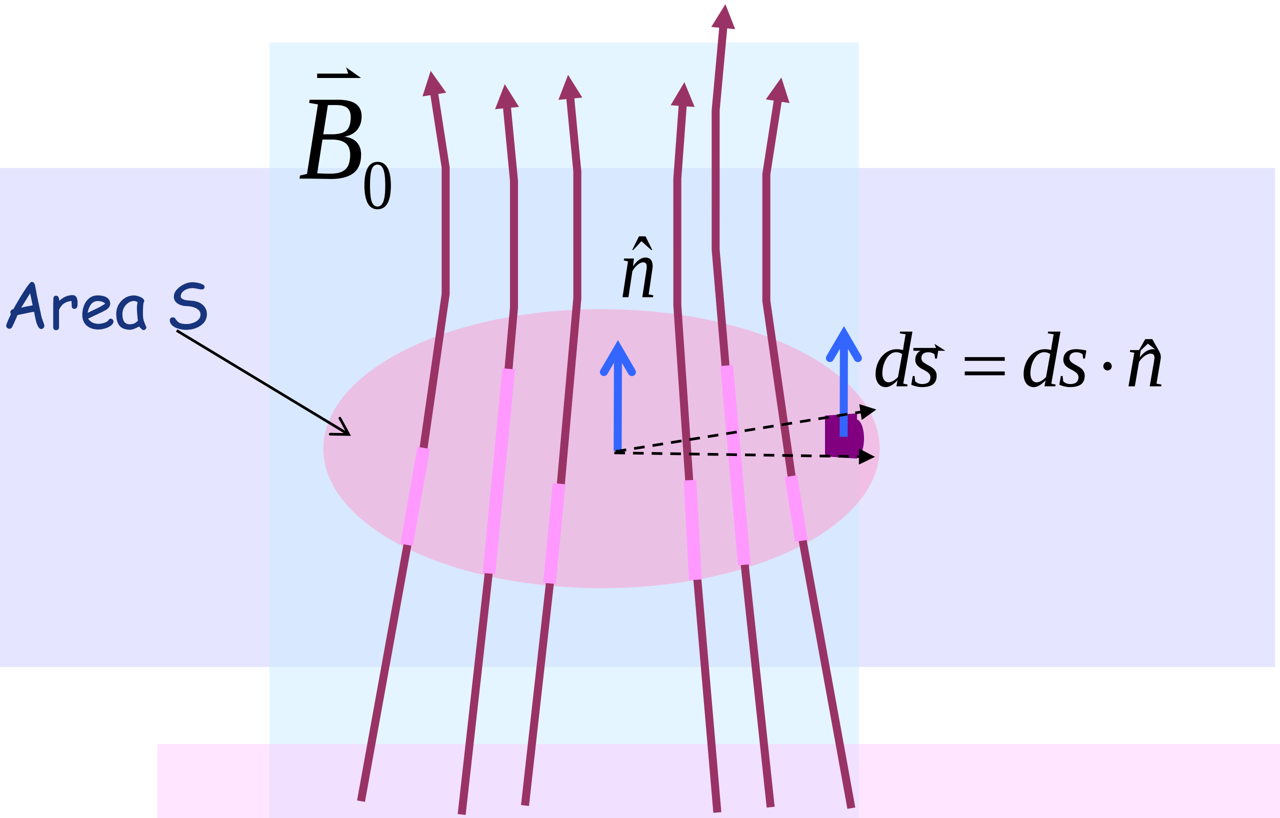
Equilibrio dinámico de las corrientes I=I_0

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{4\pi \|\vec{r} - \vec{r}\,'\|^3} \qquad \vec{B} = \mu_R \mu_0 \vec{H}$$

3ª Ecuación de Maxwell $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

4ª Ecuación de Maxwell $\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$

Flujo Magnético

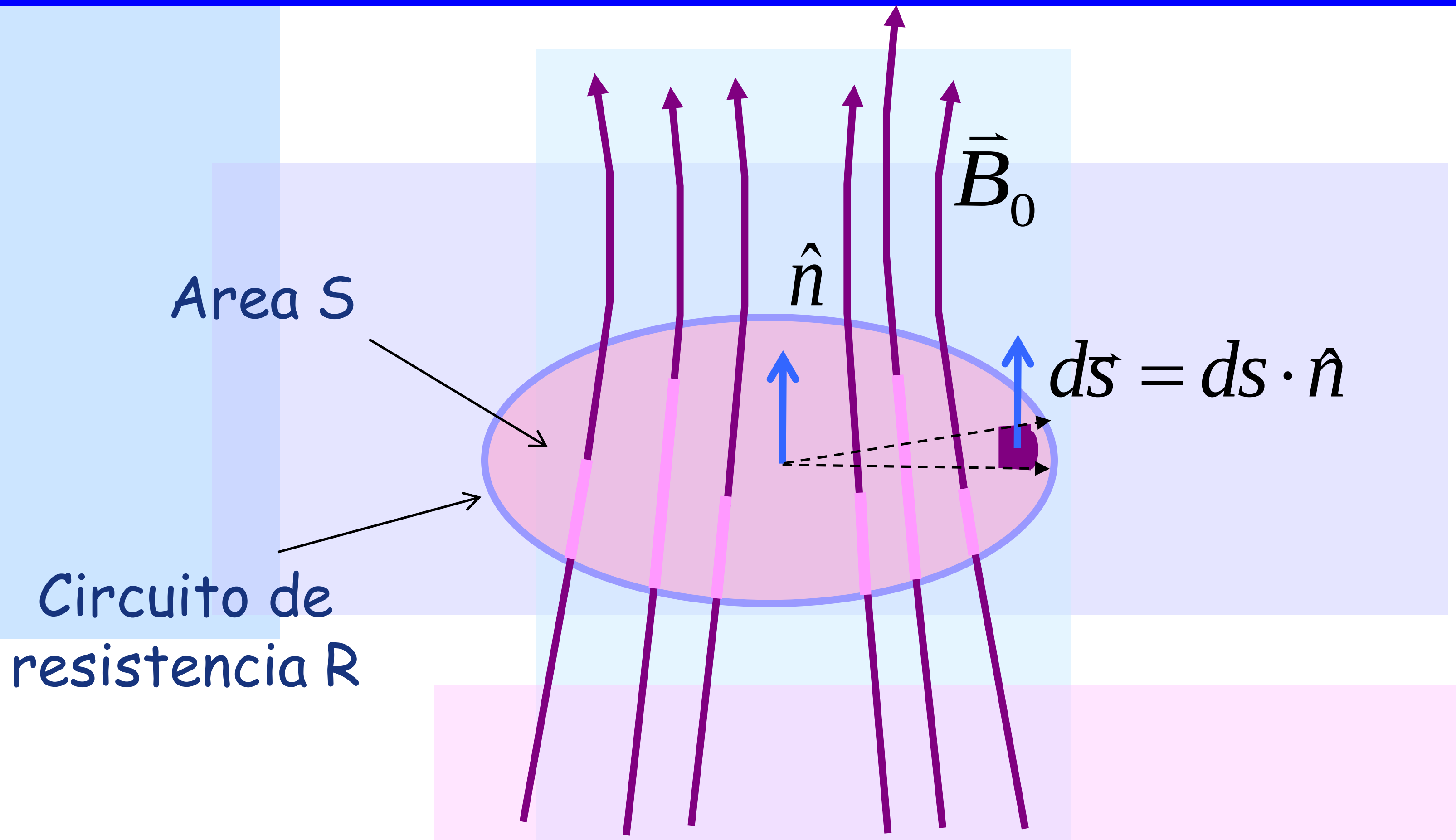


Flujo del campo magnético a través de área S

$$\phi = \iint_S \vec{B}_0 \cdot d\vec{s}$$

$$[\phi] = [Tesla \times m^2]$$

Flujo magnético en un circuito



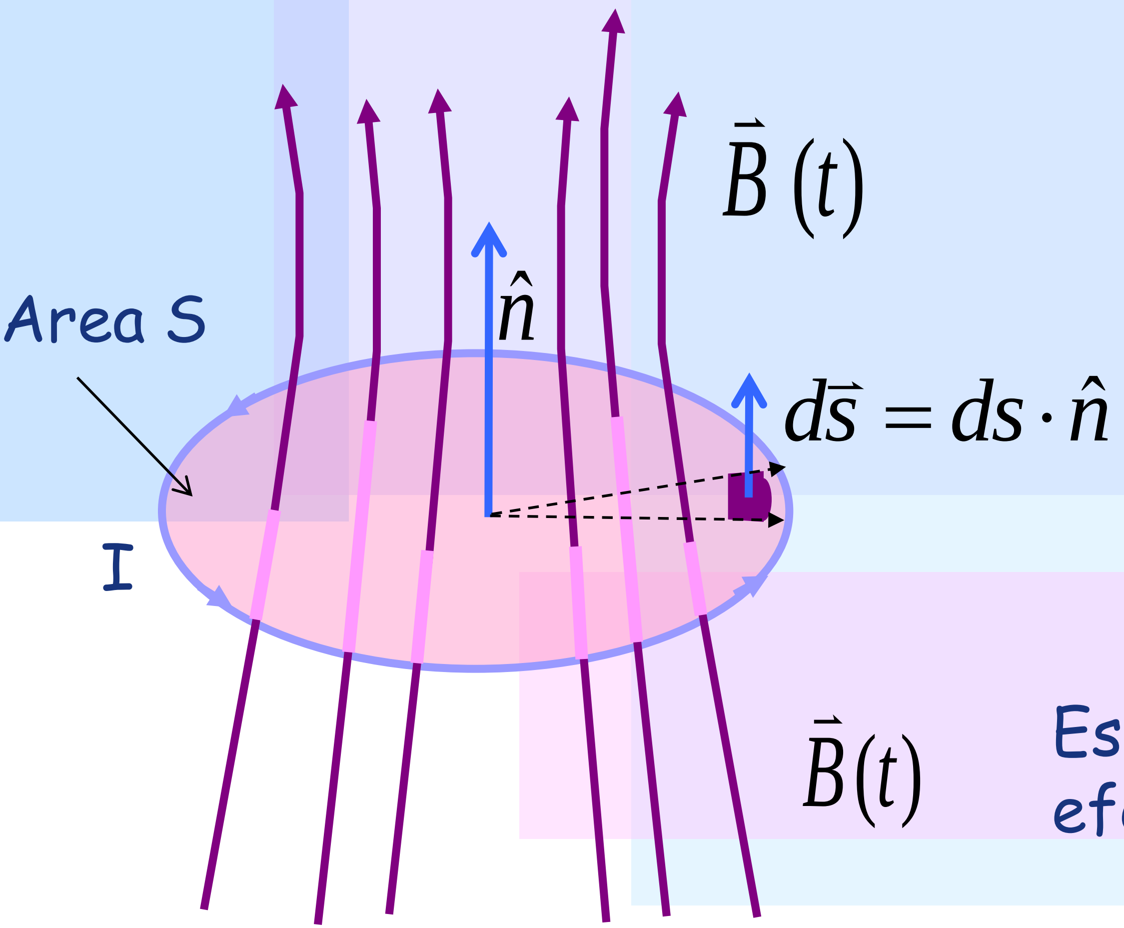
Flujo del campo magnético a través del circuito

$$\phi = \iint_S \vec{B}_0 \cdot d\vec{s}$$

Ley de Faraday-Lenz

Se encuentra experimentalmente que si $\vec{B} = \vec{B}(t)$ entonces aparece una corriente I dada por la relación

$$I = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \cdot \frac{1}{R}$$



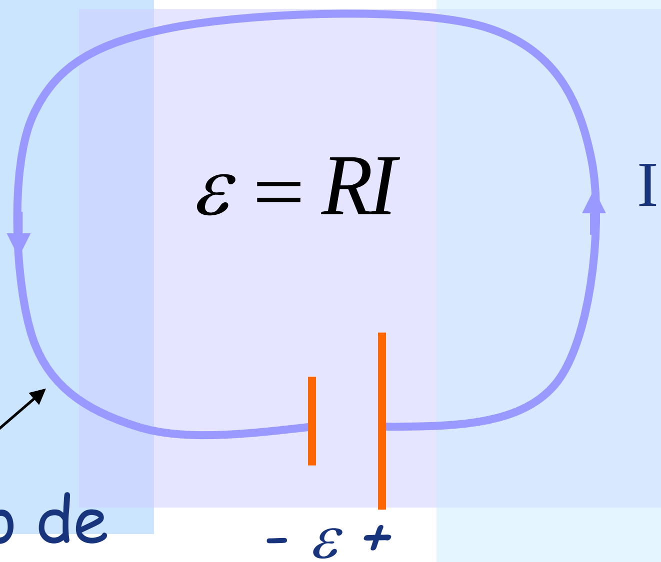
donde

$$\phi = \iint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$

Este campo incluye el efecto de la corriente I

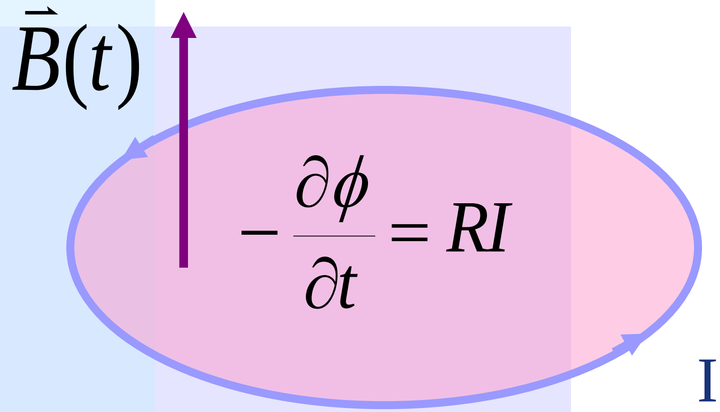
Ley de Faraday-Lenz

Recordemos que para un circuito resistivo se cumple $\varepsilon = RI$



Circuito de resistencia R

Fem del circuito



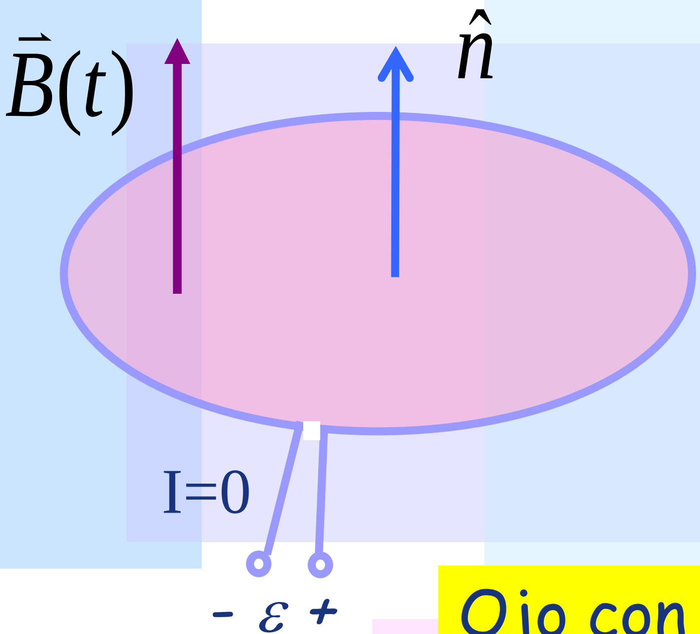
Un campo magnético variable genera o induce un FEM dada por la expresión

$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

LEY DE FARADAY-LENZ

Ley de Faraday-Lenz

Un campo magnético variable genera o induce un FEM



$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

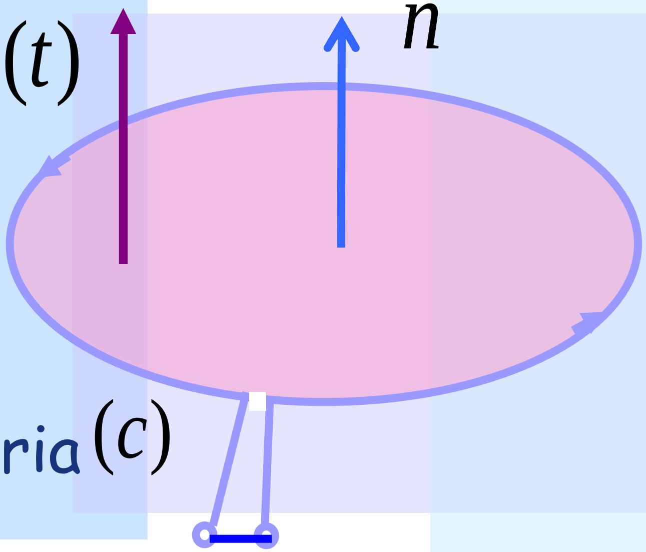
con $$\phi = \iint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$

Ojo con el sentido de la fem

Notar que si el flujo es variable en el tiempo la fem se induce independiente de la corriente I

Ley de Faraday-Lenz

Un campo magnético variable genera o induce un FEM



$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}}$$

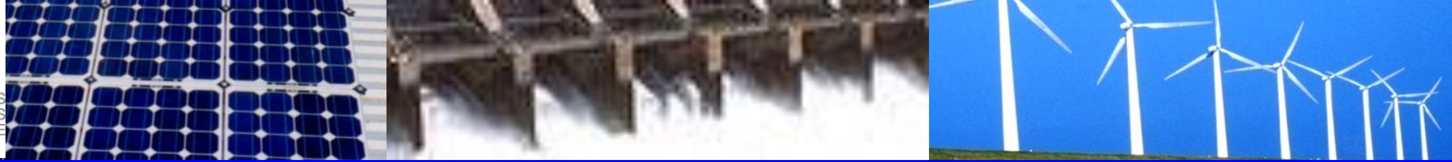
Circuito describe trayectoria (c)

con $\phi = \iint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$

Recordemos que la definición de fem es

$$\varepsilon = \int_{(c)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

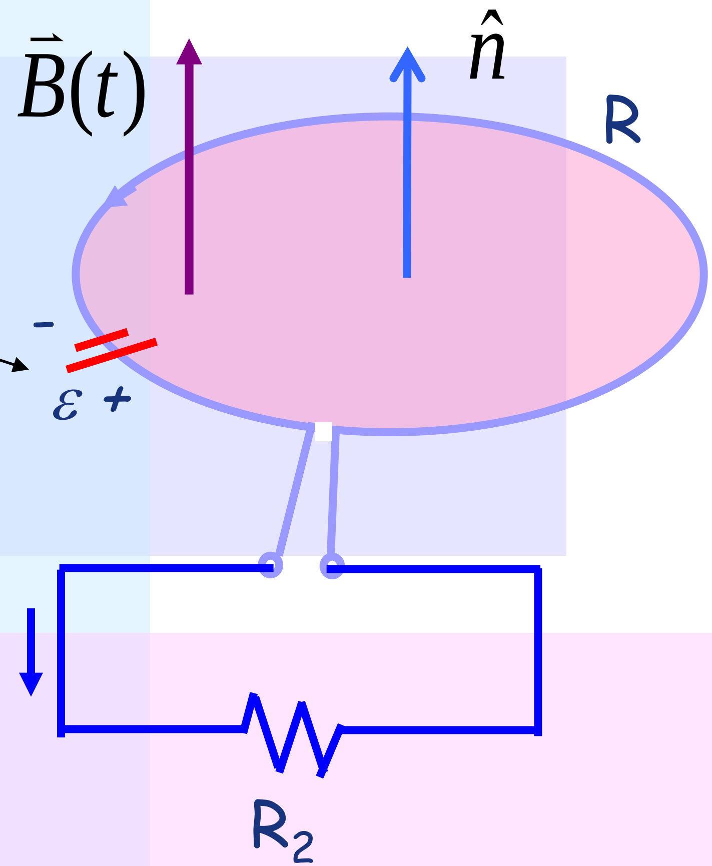
$$\boxed{\varepsilon = RI \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R}}$$



Ley de Faraday-Lenz

Un campo magnético variable genera o induce un FEM

La FEM inducida "aparece" en el circuito con campo variable

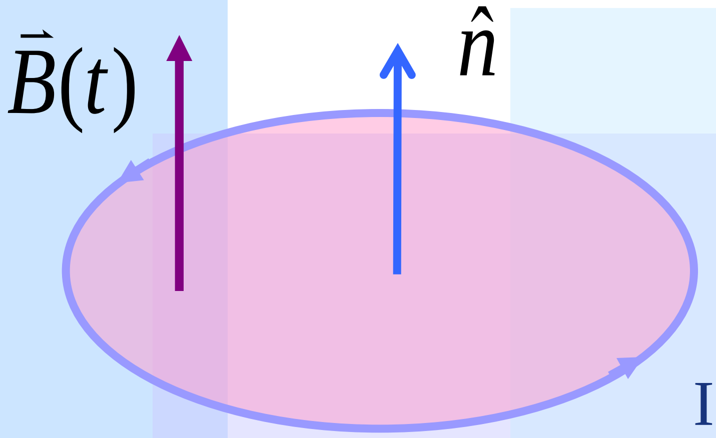


$$\phi = \iint_S \vec{B}(t)\cdot d\vec{s}$$

$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

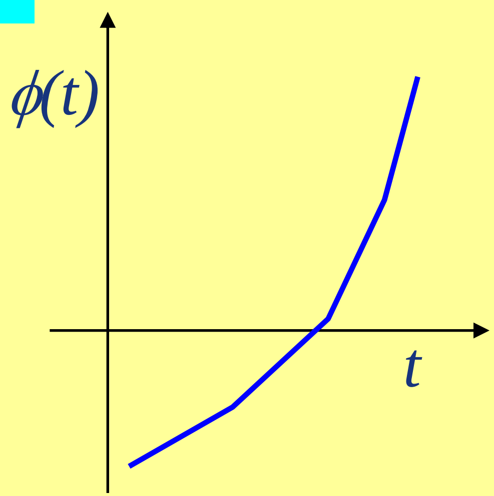
$$\varepsilon = (R_2 + R)I \Rightarrow \quad I = \frac{\varepsilon}{R_2 + R}$$

Ley de Faraday-Lenz



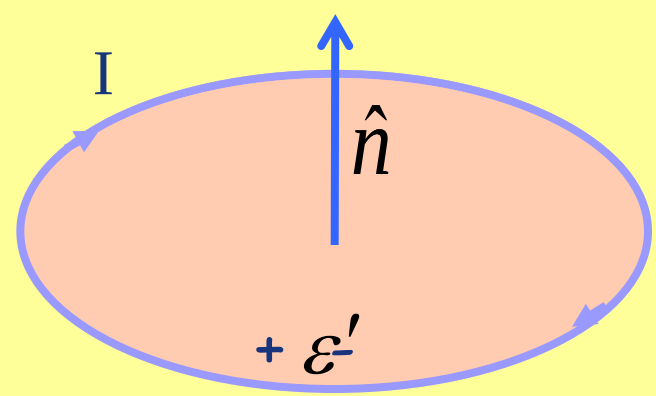
$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$ con $$\phi = \iint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$

Si



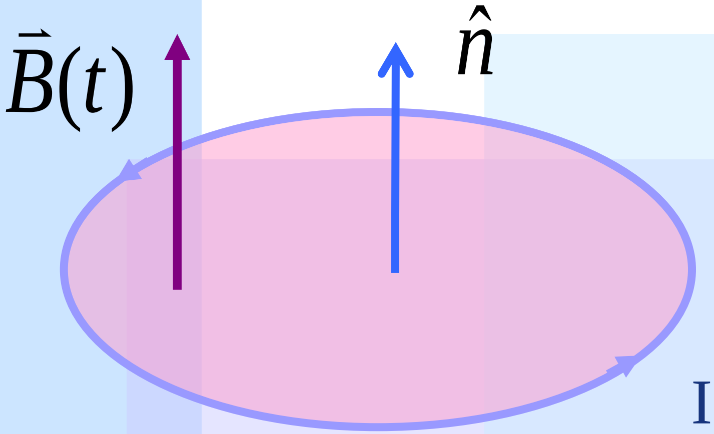
$$\dot{\phi} > 0 \Rightarrow \varepsilon < 0$$

$$\varepsilon' \equiv -\varepsilon$$



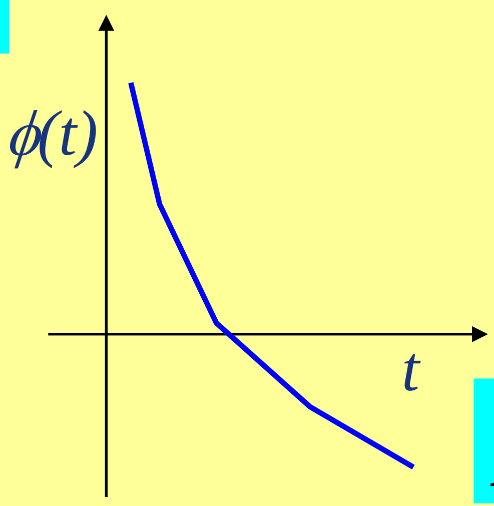
$\vec{B}$ crece $\Rightarrow$ Corriente genera campo opuesto al crecimiento

Ley de Faraday-Lenz

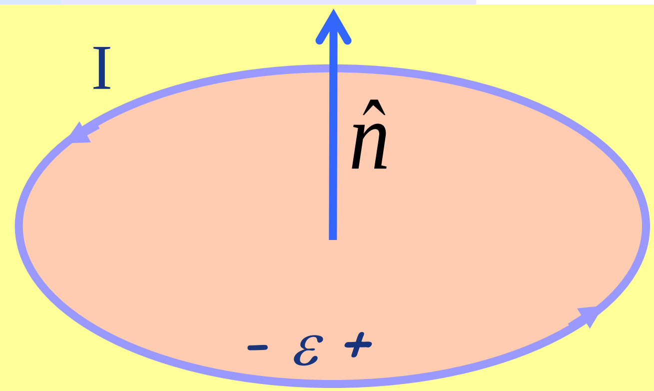


$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$ con $$\phi = \iint_S \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$

Si



$$\dot{\phi} < 0 \Rightarrow \varepsilon > 0$$

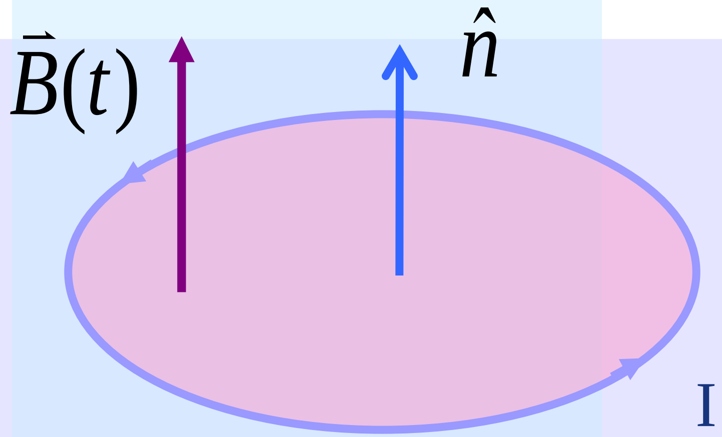


$\vec{B}$ decrece $\Rightarrow$ Corriente genera campo opuesto al decrecimiento

Ley de Faraday-Lenz

Un flujo magnético variable genera o induce un FEM

$$\phi = \iint_{S(t)} \vec{B}(t) \cdot d\vec{s}$$



$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

Notar que un flujo variable en el tiempo se puede lograr de dos formas:

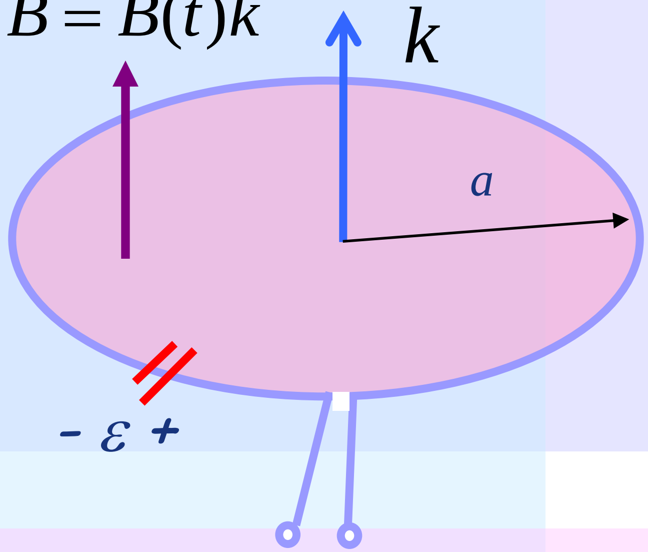
- Con un campo variable $B(t)$
- Con una superficie variable $S(t)$

Ejemplo 1

Flujo variable producido por un campo variable *B(t)*

Si $\vec{B}(t) = B_0 e^{-t/\tau}\hat{k}$

$$\vec{B} = B(t)\hat{k}$$



$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\phi(t) = B_0 e^{-t/\tau} \pi a^2$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\pi a^2 B_0}{\tau} e^{-t/\tau}$$

Ingeniería Eléctrica
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Ejemplo 2

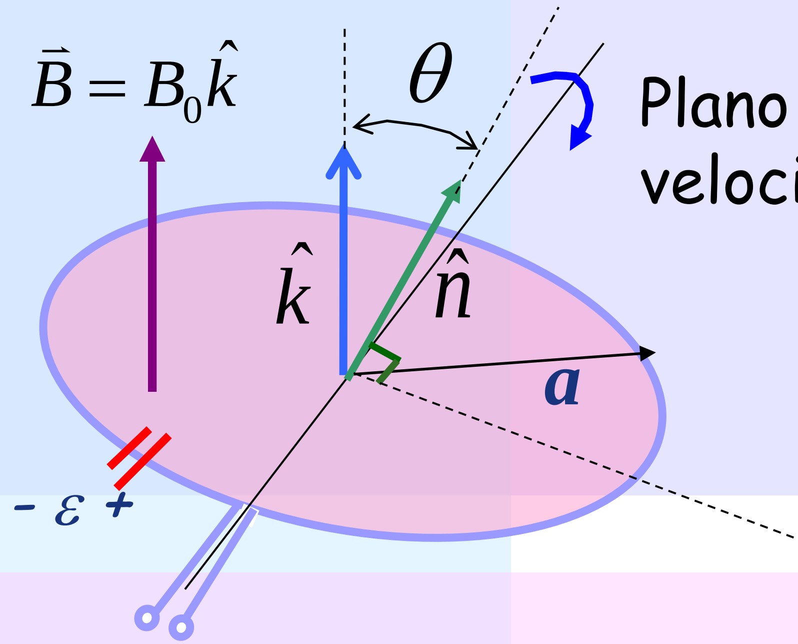
Area variable en el tiempo produce *B(t)*

Si $\vec{B} = B_0 \hat{k}$

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\phi(t) = B_0 A \cos\theta$$

$$\theta = \omega t + \theta_0$$

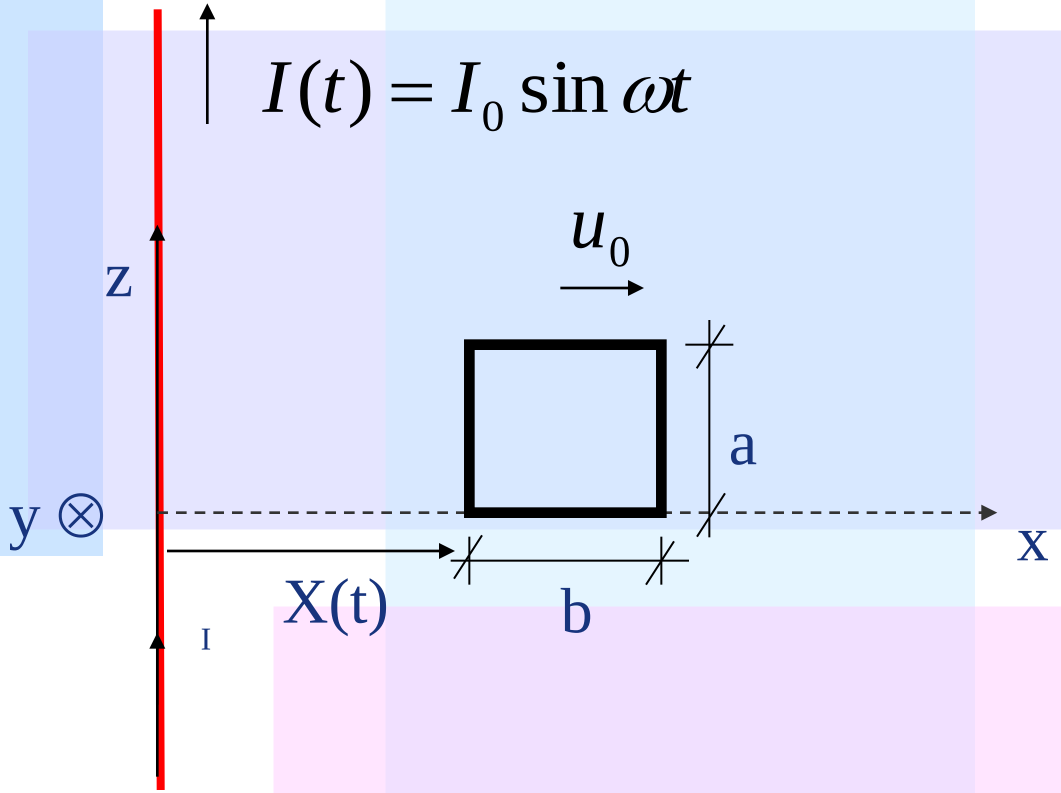


Plano gira a velocidad ω

$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \Rightarrow \varepsilon(t) = A B_0 \omega \sin(\omega t + \theta_0)$$

Ejemplo 3

Area variable en el tiempo y campo variable $B(t)$

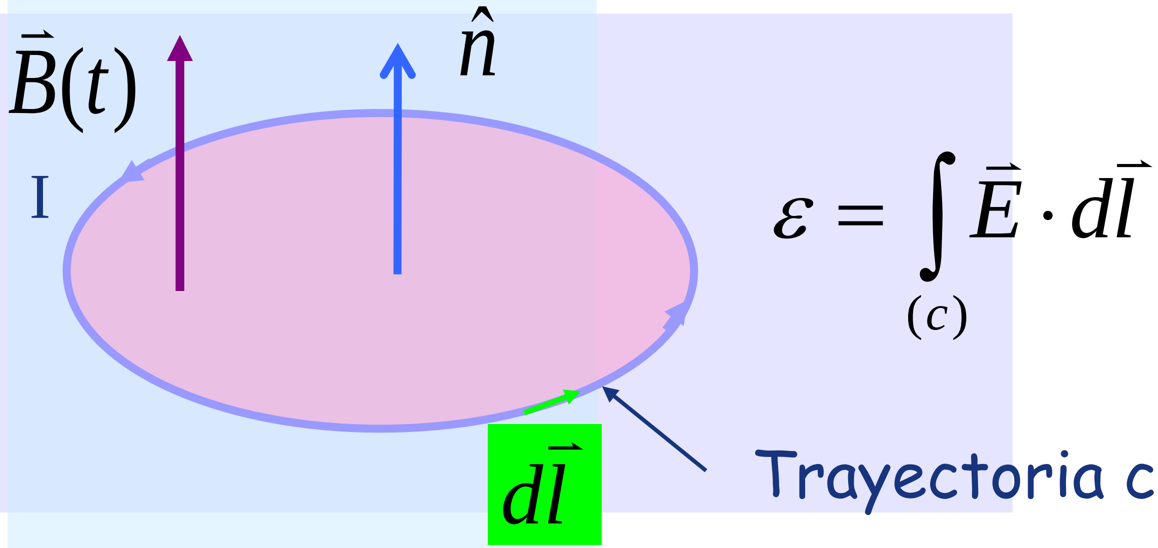


Calcular la fem inducida en el circuito cuadrado si se mueve con velocidad u_0 constante

Modificación 2ª Ecuación de Maxwell

Un campo magnético variable genera o induce una FEM

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$



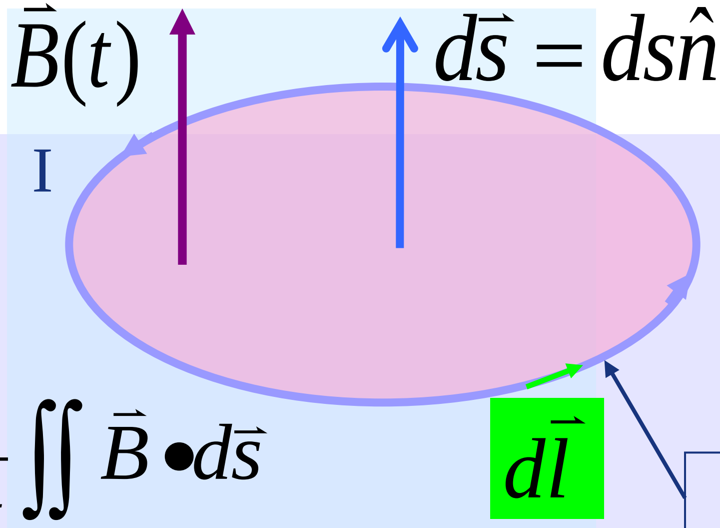
$$\varepsilon = \int_{(c)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}}$$

$$\Rightarrow \oint_{(c)} \vec{E} \bullet d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \bullet d\vec{s} \quad \Rightarrow \iint_S \nabla \times \vec{E} \bullet d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \bullet d\vec{s}$$

Modificación 2ª Ecuación de Maxwell

$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$



$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\varepsilon = \int_{(c)} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$\Rightarrow \iint_S \nabla \times \vec{E} \bullet d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \bullet d\vec{s}$$

$$\Rightarrow \iint_S \nabla \times \vec{E} \bullet d\vec{s} = \iint_S \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \bullet d\vec{s}$$

Válido $\forall$ S

$$\therefore \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

2ª Ecuación de Maxwell

Modificación 2ª Ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

2ª Ecuación de Maxwell

Dado que $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{A}\right) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

y usando $\nabla \times \left(\nabla V\right) = 0$

Modificación 2ª Ecuación de Maxwell

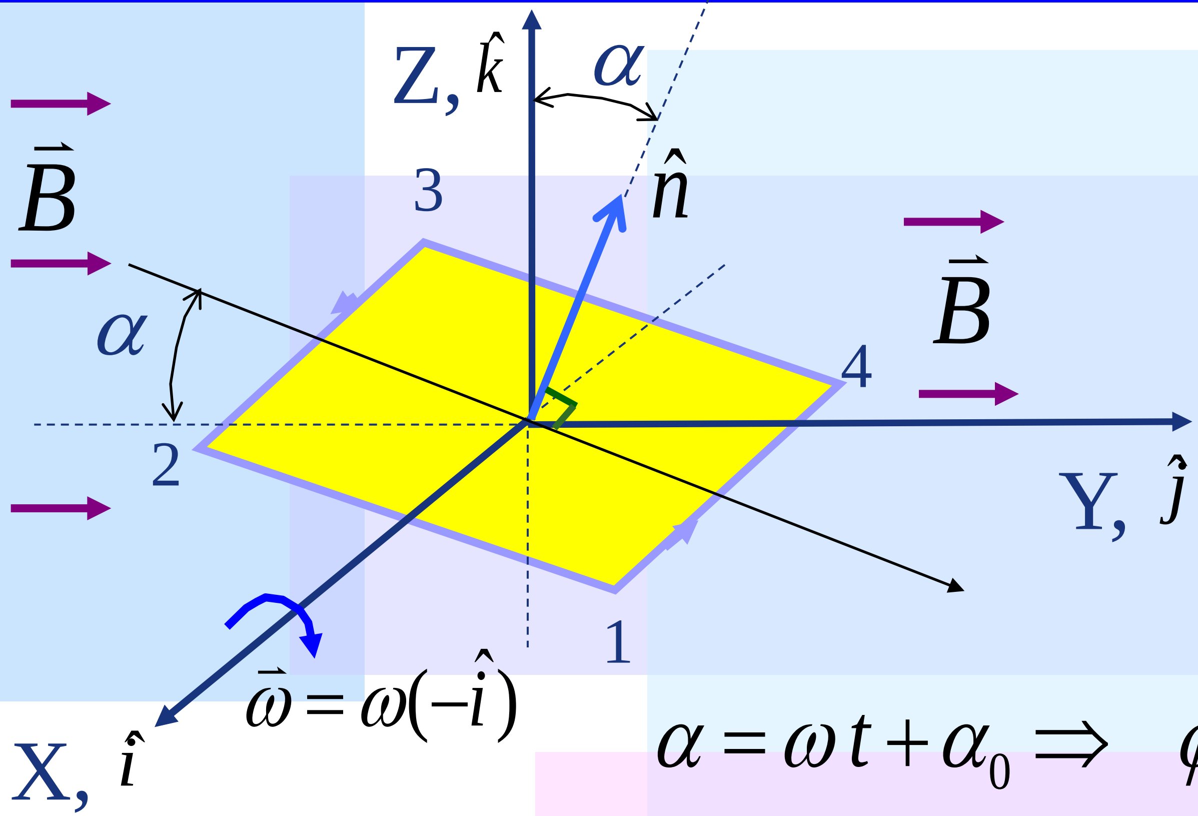
$$\Rightarrow \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\nabla V$$

Origen electrostático

$$\vec{E} = \overbrace{-\nabla V} - \underbrace{\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}}$$

Debido a campo magnético variable en el tiempo

Principio del generador



$$\phi = \iint_{S(t)} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

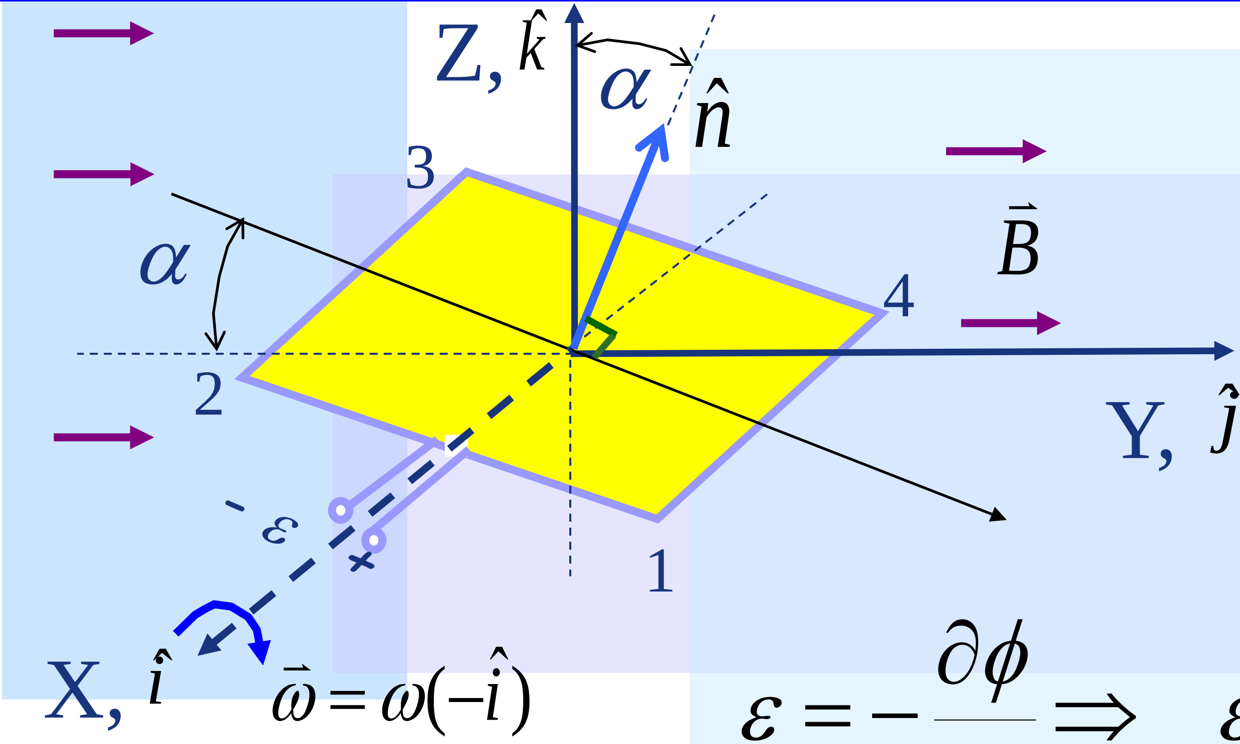
$$\phi = BA \sin \alpha$$

$$\alpha = \omega t + \alpha_0 \Rightarrow \quad \phi = BA \sin(\omega t + \alpha_0)$$

Ley de Faraday-Lenz

$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \Rightarrow \quad \varepsilon = B\omega \cos(\omega t + \alpha_0)$$

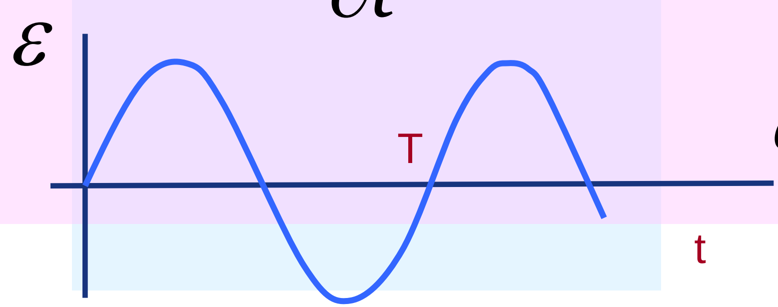
Principio del generador



$$\phi = \iint_{S(t)} \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

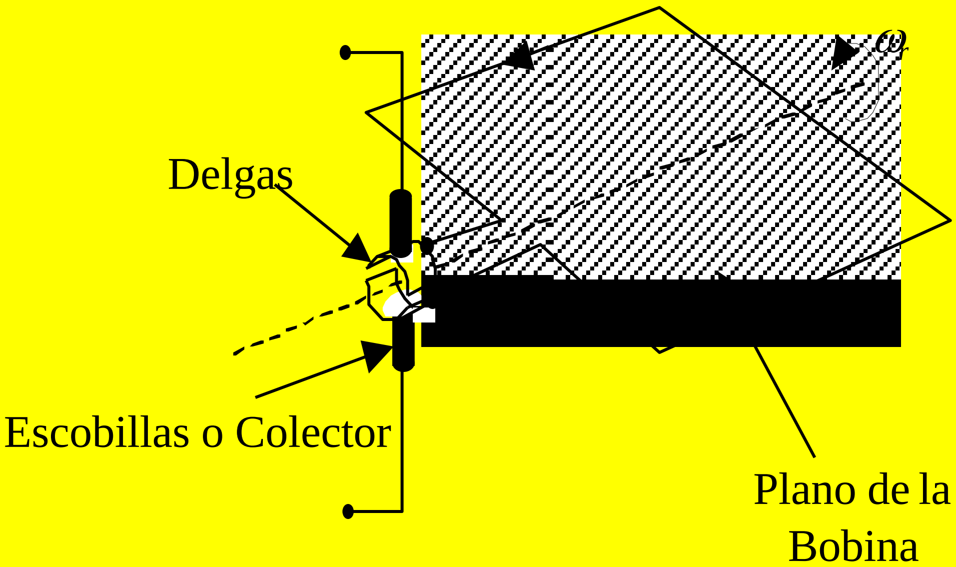
$$\phi = B \sin \alpha$$

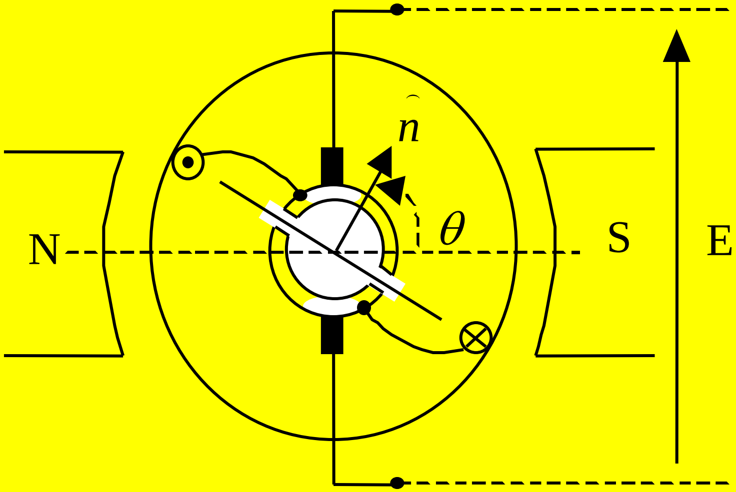
$$\varepsilon = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \Rightarrow \varepsilon = B\omega \cos(\omega t + \alpha_0)$$



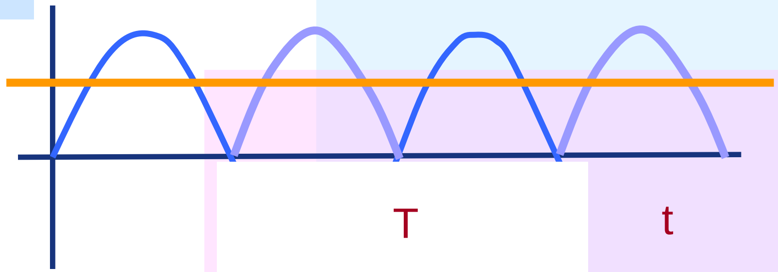
$$\omega = 2\pi f \Rightarrow T = \frac{1}{f}$$

Principio del generador de Corriente Continua





Valor medio no nulo



$$\omega = 2\pi f \Rightarrow T = \frac{1}{f}$$

Principio del generador de Corriente Continua