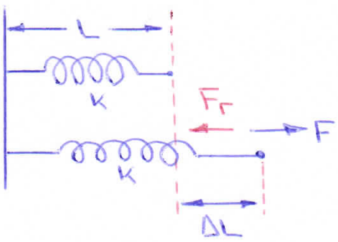
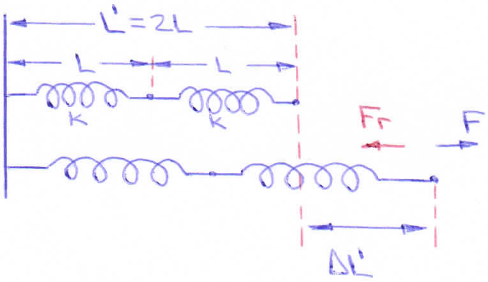
PROPIEDADES ELÁSTICAS DE LOS SÓLIDOS

RECORDANDO:



Para un amortiguador de longitud L y constante K y que obedece la ley de Hooke ($F_r = -K\Delta L$), el desplazamiento ΔL es proporcional a la fuerza F: $\boxed{\Delta L \propto F}$

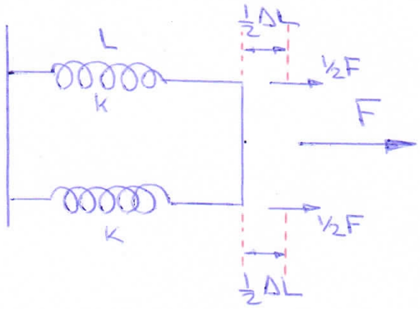


Para dos amortiguadores en serie el desplazamiento para la misma fuerza F es:

$$\Delta L' = \Delta L + \Delta L = 2\Delta L$$

En general ΔL aumenta con el número de amortiguadores y por tanto con L

$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta L \propto L}$$

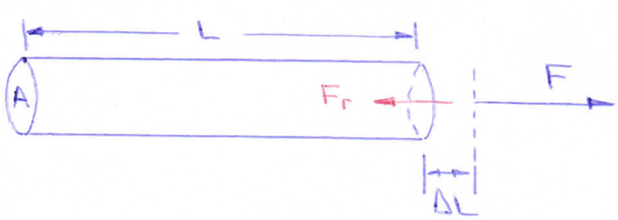


Si tenemos dos amortiguadores en paralelo el desplazamiento para la misma fuerza F es la mitad del de un solo amortiguador: $\Delta L' = \frac{1}{2}\Delta L$

En general, ΔL disminuye con el número de amortiguadores en paralelo:

$$\Delta L \propto \frac{1}{\# \text{ de amortiguadores}}$$

Si tenemos un cilindro de longitud L y área A, y si aplicamos una fuerza F, es de esperar que el cilindro se estire por una cantidad ΔL al igual que un amortiguador

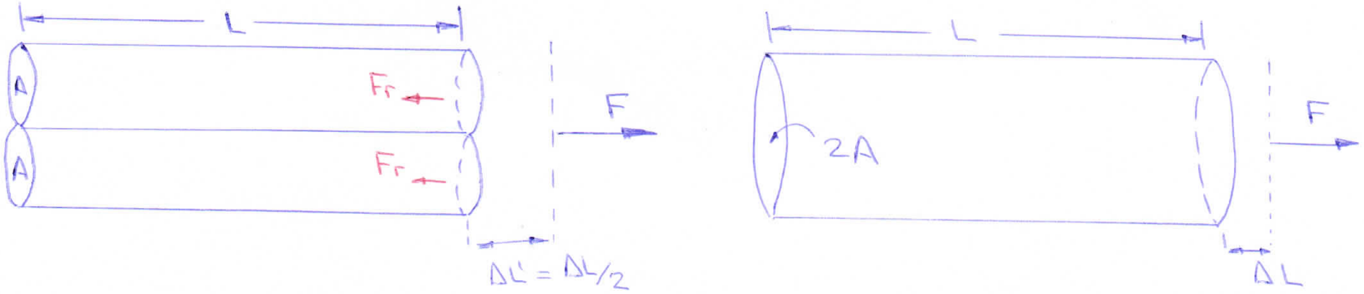


$\Delta L \propto F$

Además, si ponemos una serie de cilindros en serie, al igual que los amortiguadores, el desplazamiento será proporcional a la longitud total de los cilindros, es decir

$$\Delta L \propto L$$

Supongamos ahora que tenemos dos cilindros uno al lado de otro (como en el caso de dos amortiguadores en paralelo), entonces si aplicamos la misma fuerza F, la fuerza de restitución F_r será la mitad de F en cada cilindro, es decir, el desplazamiento total del conjunto de dos cilindros será la mitad si lo comparamos con un solo cilindro.



La situación es equivalente al de un solo cilindro de área 2A, en esta situación podemos decir que el desplazamiento será inversamente proporcional al área del cilindro.

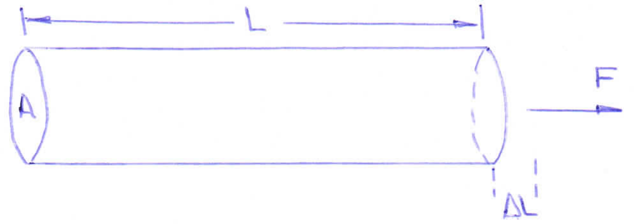
$$\Rightarrow \quad \boxed{\Delta L \propto \frac{1}{A}}$$

Podemos decir entonces que para el cilindro, el desplazamiento total ΔL es proporcional a F, a su longitud L e inversamente proporcional a su área A:

$$\Delta L \propto \frac{FL}{A} \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} \propto \frac{\Delta L}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{F}{A} = Y \frac{\Delta L}{L}$$

donde la constante Y es el modulo de Young. La razón F/A es conocido como estrés σ (stress) y $\Delta L/L$ el esfuerzo ε o deformación (strain)

$$\Rightarrow \quad \boxed{\sigma = Y \varepsilon} \quad \text{Ley de Hooke}$$



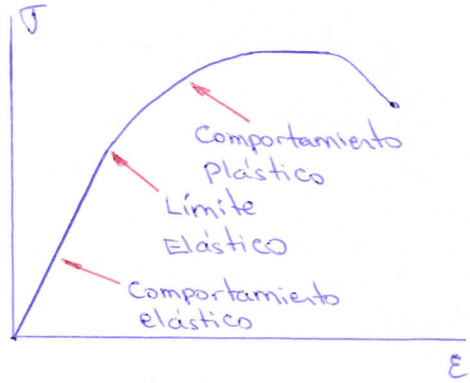
$$Y = \left(\frac{FL}{A}\right)\frac{1}{\Delta L}$$

Podemos ver que si aplicamos una fuerza F a un material, tal como es mostrado en la figura, su modulo de Young es inversamente proporcional a su estiramiento (es decir, mientras más rígido sea el material, mayor será su modulo de Young).

Algunos números:

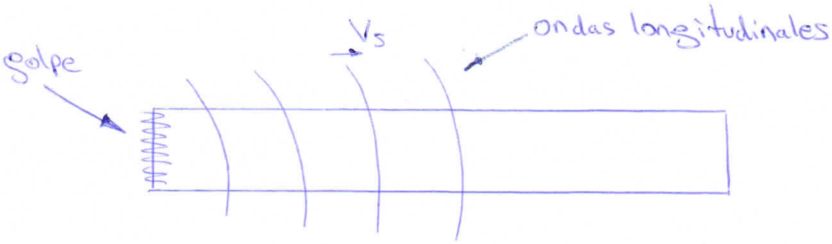
Material	Y (10^{10} N/m²)
acero	20
aluminio	7
nilón	0,36

El grado en el cual una estructura se deforma depende de la magnitud del estrés impuesto sobre ella, y si el estrés y el esfuerzo son proporcionales entonces decimos que la deformación es elástica. Deformaciones elásticas son no-permanentes: cuando la fuerza o carga es liberada, el material retorna a su forma original.



El límite elástico es definido como el máximo estrés que puede ser aplicado a un material antes que este se deforme permanentemente.

Cuando un material es deformado más allá de su límite elástico, el estrés deja de ser proporcional al esfuerzo (la ley de Hooke deja de ser válida) produciéndose entonces una deformación plástica.



Cuando golpeamos el extremo de un cilindro, el incremento local de presión se propagara de un extremo a otro del cilindro a una velocidad V_s. Esta velocidad viene dada por:

$$\boxed{V_s = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}}$$

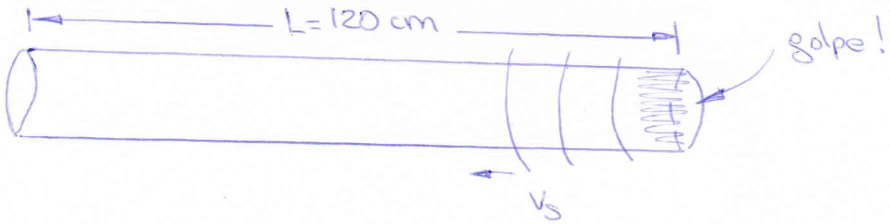
ρ: densidad del material.

Si el modulo de Young es grande (material altamente rígido) la perturbación (el sonido) viajara más rápido de un extremo a otro del material, por otro lado si el modulo de Young es menor (material altamente elástico) el sonido demorara más tiempo en viajar de un extremo a otro del material.

Ejemplo:

Tenemos un material com $Y = 7.0 \times 10^{10}\ N/m^2$ (aluminio) y $\rho = 2.7 \times 10^3\ kg/m^3$

$\Rightarrow V_{AL} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \simeq 5.1\ km/s$ (velocidad del sonido en el aire es 340 m/s)



$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2L}{nV_s}, \quad \text{para } n=1 \quad T_1 = \frac{2L}{V_s} \Rightarrow T_1 = 4.7 \times 10^{-4}\ \text{seg}$$

$$f_n = \frac{1}{T} = \frac{n}{2L} V_s = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{Y}{\rho}}, \quad \text{para } n=1, \quad f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

$$\Rightarrow f_1 = 2125\ Hz$$